

توابع مفصل ارشمیدسی در بررسی کارایی نیروگاه‌های برق آبی

امیرمسعود کاظمی راد^۱

لیلا گلشنی^۲

ودود نجاری^{۳*}

محسن کوکبی نژاد^۴

چکیده

در این مقاله توابع مفصل و به‌ویژه توابع مفصل ارشمیدسی با مولد هیپربولیک بررسی شده و نحوه‌ی به‌کارگیری این نوع توابع در فرایندهای مرزی تصادفی نشان داده می‌شود. سپس به بررسی کارایی نیروگاه‌های برق آبی مستقر بر سدهای مطرح ایران می‌پردازیم و بر اساس عملکرد سال ۱۳۹۹ به کمک تحلیل پوششی داده‌ها، فرایندهای مرزی تصادفی و توابع مفصل، آنها را رتبه‌بندی می‌کنیم. در مطالعه حاضر، از بین ۵۸ سد مذکور، سدهایی که میانگین قدرت تولید عملی آنها حداقل ۱۰ مگاوات است، ارزیابی می‌شوند. تعداد این سدها ۲۹ عدد است و محاسبات نشان‌دهنده قرارگرفتن سد گتوند در رتبه اول و سد ملاصدرا در رتبه آخر است.

واژه‌های کلیدی

تحلیل پوششی داده‌ها، فرایندهای مرزی تصادفی، توابع مفصل، کارایی، نیروگاه برق آبی.

^۱ گروه آمار، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

^۲ گروه آمار، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

^{۳*} باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران. vnajjari@iau-maragheh.ac.ir

^۴ گروه آمار، واحد تهران مرکز، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

مقدمه

ایران در منطقه‌ای قرار گرفته که مشکل کم آبی اکثر نواحی ایران را درگیر کرده و علاوه بر عدم مدیریت دقیق برای منابع آبی، مصرف بی رویه از طرف مردم و برخی کارخانه‌ها و بویژه کشاورزی سنتی نیز بر این مشکل دامن زده است. البته ناگفته نماند نقش اصلی در بروز این مشکلات خشکسالی‌های اخیر است. با اینکه دولت با ایجاد سدهای مختلف سعی در کنترل مشکلات کم آبی داشته ولی هم چنان خیلی از شهرهای ایران با مشکل کم آبی مواجه هستند.

در اکثر کشورهای دنیا یکی از روشهای مهم و ایمن تولید برق، استفاده از سدها است که ایران هم از این تکنولوژی بی بهره نیست. با اینکه دولت در چند دهه اخیر سعی داشته از روشهای دیگری از جمله نیروگاه اتمی نیز برای تولید برق کمک بگیرد ولی متأسفانه تا امروز نتیجه قابل توجهی از این نوع تولید برق بدست نیآورده است. قدرت خروجی نیروگاه اتمی بوشهر ۱۰۰۰ مگاوات و دارای دو قطب است. ولتاژ خروجی استاتور آن نیز ۲۷ کیلوولت می‌باشد. اخیراً رئیس هدف‌گذاری سازمان انرژی اتمی ایران اعلام کردند بر اساس برنامه‌ریزی باید میزان تولید برق نیروگاه هسته‌ای در کشور به ۸ هزار مگاوات افزایش یابد [۲۱].

برق آبی^۱ یا هیدروالکتریسیته، برق تولید شده از نیروگاه آبی است. انرژی نیروگاه‌های برق آبی به حجم آب پشت سد و اختلاف ارتفاع بین منبع و محل خروج آب سد بستگی دارد. به این اختلاف ارتفاع، ارتفاع فشاری گفته شده و با h نشان می‌دهند. با رابطه زیر می‌توان مقدار تقریبی انرژی الکتریکی در یک نیروگاه برق آبی را محاسبه کرد: $P=h.r.k$ که در آن P توان خروجی در واحد وات، h ارتفاع فشاری در واحد متر، r میزان آب خارج شده در واحد مترمربع در ثانیه و k ضریب تبدیل در ۷۵۰۰ وات با شرط بازده ۷۶٪ است. البته بسته به نوع توربین مقدار این راندمان ممکن است بیشتر یا کمتر باشد.

میزان تولید انرژی الکتریکی در یک نیروگاه آبی به شدت به میزان آب موجود وابسته است و در فصول مختلف میزان تولید می‌تواند به نسبت ۱۰ به ۱ متفاوت باشد.

اولین نیروگاه آبی در آمریکا شروع به کار کرد و انرژی برق حاصل از آن برای روشنایی خیابان‌های شهر کوچکی کافی بود. امروزه حدود ۲۰٪ از الکتریسیته دنیا از طریق توان آبی تولید می‌شود و حدود ۱۵۰ کشور پتانسیل استفاده از آن را دارند و انتظار می‌رود برای ۲۵ سال آینده هر سال حدود ۳/۱ درصد افزایش یابد (دفتر فناوری اطلاعات و آمار، ۱۳۹۹). هزینه برق آبی نسبتاً کم بوده و این امر آن را به یک منبع رقابتی تولید برق تجدیدپذیر تبدیل کرده است. نیروگاه آبی برخلاف نیروگاه‌های زغال سنگی یا گازی، هیچ آبی مصرف نمی‌کند. نیروگاه‌های دارای سد و مخزن انعطاف‌پذیری زیادی در تولید برق دارند، زیرا مقدار برق تولید شده توسط نیروگاه می‌تواند خیلی سریع (در عرض چند ثانیه) بالا یا پایین برده شود تا با نیازهای متغیر انرژی سازگار گردد. پس از احداث مجتمع برق آبی، این پروژه هیچ زباله مستقیمی تولید نمی‌کند و انتشار گازهای گلخانه‌ای از آن خیلی کمتر از نیروگاه‌های فتوولتائیک و قطعاً نیروگاه‌های سوخت فسیلی است. با این حال، هنگامی که سدها در مناطق پست جنگل‌های بارانی ساخته شوند، که در آن زیر آب رفتن بخشی از جنگل ناگزیر است، می‌توانند باعث انتشار مقدار قابل توجهی گازهای گلخانه‌ای شوند (نجاری و ارجمند، ۱۳۹۵).

انرژی برق آبی مهم ترین انرژی تجدیدپذیر مولد برق در جهان است. تولید برق از نیروگاه‌های برق آبی در سال ۲۰۱۹ در کشورهای سازمان همکاری اقتصادی و توسعه^۲ مقدار ۹/۶ درصد کاهش داشت که از دلایل آن می‌توان به تغییرات فصلی و میزان تغییرات طولانی مدت، در الگوهای بارشی مانند خشکسالی اخیر اشاره نمود. کشورهای چین و ترکیه به ترتیب ۸/۶۹ و ۹/۲۸ تراوات ساعت افزایش تولید به دلیل بارندگی مکرر و بارش برف بیش از متوسط فصلی روبه رو شدند و ایالت متحده، نروژ و اسپانیا به ترتیب ۳/۲۰، ۷/۱۳ و ۰/۱۰ تراوات ساعت کاهش تولید برق در سال مورد بررسی را تجربه نمودند. تولید برق از انرژی های تجدیدپذیر (به استثنای برق آبی) در سال ۲۰۱۹ در مقایسه با ۲۰۱۸ افزایش یافت. استفاده از منابع انرژی تجدیدپذیر به عنوان گامی موثر جهت تلاش در

دانمارک، فرانسه، آلمان، یونان، ایسلند، ایرلند، لوکزامبورگ، هلند، نروژ، پرتغال، اسپانیا، سوئد، سوئیس، ترکیه، انگلیس و آمریکا تاسیس شد. بعداً با پیوستن کشورهای ایتالیا، ژاپن، نیوزیلند، فنلاند، استرالیا، جمهوری چک، مجارستان، مکزیک، کره جنوبی، لهستان و جمهوری اسلواکی تعداد اعضای این سازمان به ۳۰ کشور افزایش یافت.

^۱ Hydroelectricity

^۲ Head

^۳ (OECD) سازمان همکاری اقتصادی و توسعه که مقر آن در پاریس است به عنوان باشگاه کشورهای ثروتمند، مرکز پژوهشی، موسسه نظارتی و دانشگاه غیر آکادمیک یاد می‌شود. سازمان همکاری اقتصادی و توسعه در ۱۴ دسامبر سال ۱۹۶۰ با امضای یک کنوانسیون ۲۱ ماده‌ای توسط کشورهای اتریش، بلژیک، کانادا،

درصد است، در حالی که راندمان الکتریکی همان نیروگاه با سیکل ترکیبی حدود ۶۰ درصد است.

نیروگاه‌های گازی رتبه دوم تولید برق کشورمان را به میزان ۲۲ هزار و ۲۷۵ مگاوات معادل ۲۵/۹ درصد را به عهده دارند. رتبه سوم به بخش نیروگاه‌های بخاری تعلق دارد که ۱۵ هزار و ۸۲۹ مگاوات معادل ۱۸/۴ درصد کل برق مصرفی کشور را تولید کرده‌اند. نیروگاه‌های برق آبی با تولید ۱۲ هزار و ۱۰۰ مگاوات معادل ۱۴ درصد در رتبه چهارم قرار گرفته‌اند. مابقی نیروگاه‌ها کلاً ۵/۳ درصد برق مورد نیاز کشور را تامین می‌کنند که از آن ۱ هزار و ۲۰ مگاوات عبارتی ۱/۲ درصد کل برق تولیدی کشور متعلق به نیروگاه اتمی بوشهر است.

طبق اعلام وزارت نیرو حدود ۲۶ هزار مگاوات ظرفیت تولید برق آبی در ایران وجود دارد که بخش عمده آن از حوضه آبریز رودخانه‌های کارون، کرخه و دز است. ولی همانطوری که در جدول ۲ مطرح شده، در حال حاضر نیروگاه‌های آبی تنها ۱۲ هزار و ۱۰۰ مگاوات برق تولید می‌کنند.

از طرف کارشناسان و صاحب نظران بحث‌های زیادی در مورد احداث نیروگاه‌های برق آبی مطرح است که علاوه بر هزینه عمرانی احداث سد، کم آبی سالهای اخیر نیز مطرح است. محققین مختلف در این زمینه به بررسی مشکلات موجود و ارائه راهکار برای حل آنها پرداخته‌اند. مهربیان و فرهادی (۱۳۸۲) پس از تاکید بر نقش انرژی در زندگی بشر، نیروگاه‌های برق آبی را از دیدگاه انرژی، زیست محیطی، اقتصادی و اشتغال‌زایی بررسی کرده و این نیروگاه‌ها را با نیروگاه‌های سوخت فسیلی و همچنین دیگر منابع انرژی تجدید پذیر مقایسه نموده‌اند. مزایای نیروگاه‌های آبی در مقایسه با سایر نیروگاه‌ها همچنین توضیحی در مورد بحران تغییر اقلیم ناشی از افزایش گازهای گلخانه‌ای از جمله دی اکسید کربن بحث اصلی مقاله عشوری و خدا بخشی (۱۳۸۲) است. سیداصفهان‌ی و همکاران (۲۰۰۶) با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها با رویکرد بنج مارکینگ^۳ کارایی^۴ در تولید برق تجدید پذیر ۳۱ کشور منتخب از جمله ایران را رتبه بندی کردند. آنها کل ظرفیت نصب شده جهت تولید برق از منابع تجدیدپذیر، جمعیت و مساحت هر کشور را به عنوان ورودی و تولید ناخالص برق حاصل از این منابع و معکوس میزان انتشار دی اکسید کربن را خروجی های مدل خود در نظر گرفتند. نتایج ایران را

سیاست کربن زدایی در ترکیب مصرف انرژی و تولید برق در کشورهای سازمان همکاری اقتصادی و توسعه بود.

با نیروگاه برق آبی سال ۲۰۱۹ در آمریکا ۱۰۲/۸ تراوات برق آبی جهان تولید شده است. این در حالی است که شرکت برق یانگ تسه چین^۱ با تولید 22/5 میلیون کیلووات بزرگترین تولید کننده برق آبی جهان است، که معادل 16/9 درصد از مصرف برق داخلی این کشور می‌باشد.

طبق گزارش ماهانه آمار صنعت آب و برق وزارت نیرو، وضعیت مصرف برق کشورمان و نیز ظرفیت نصب شده نیروگاهی کشور تا پایان شهریور ۱۴۰۰ در جدول ۱ و ۲ آورده شده است.

جدول ۱: وضعیت مصرف برق کشور تا پایان شهریور ۱۴۰۰

شرح	واحد	تا پایان اسفند ۹۹	تا پایان شهریور ۱۴۰۰	سهم مصرف (درصد)
خانگی		۹۲۲۸۲	۵۵۶۹۰	۳۴/۷
عمومی		۲۴۵۸۶	۱۳۶۵۲	۸/۵
کشاورزی	میلیون کیلووات ساعت	۴۱۲۸۸	۲۵۳۹۷	۱۵/۸
صنعتی		۱۰۸۰۷۴	۵۱۹۶۴	۳۲/۴
سایر مصارف (تجاری)	ساعت	۱۹۷۴۱	۱۱۵۹۴	۷/۲
روشنایی معابر		۴۸۷۶	۲۲۲۵	۱/۴
کل فروش		۲۹۰۸۴۷	۱۶۰۵۲۲	۱۰۰

جدول ۲: ظرفیت نصب شده نیروگاهی کشور تا پایان شهریور

۱۴۰۰

ظرفیت نصب شده نیروگاهی	تا پایان مهر ۱۴۰۰	سهم (درصد)	واحد
بخاری	۱۵۸۲۹	۱۸/۴	مگاوات
گازی	۲۲۲۷۵	۲۵/۹	
چرخه ترکیبی	۳۱۳۳۸	۳۶/۴	
برق-آبی	۱۲۱۰۰	۱۴	
اتمی	۱۰۲۰	۱/۲	
(DG, CHP) تولید پراکنده	۲۱۰۹	۲/۵	
انرژی‌های تجدیدپذیر و پاک	۹۰۴	۱/۱	
دیژلی	۴۳۹	۰/۵	
کل ظرفیت نصب شده	۸۶۰۱۴	۱۰۰	

طبق گزارش ماهانه آمار وزارت نیرو در جدول ۲، بیشترین تولید برق کشورمان مربوط به نیروگاه‌های چرخه ترکیبی بوده که حدود ۳۱۳۳۸ مگاوات، معادل 36/4 درصد کل برق مصرفی کشور را تولید کرده‌اند. نیروگاه سیکل ترکیبی^۲ در واقع ترکیبی از توربین بخار و توربین گازی بوده و حرارت تلف شده جهت برق تولیدی در ژنراتور توربین گازی، برای تولید بخار مورد نیاز توربین بخار مورد استفاده قرار گرفته و به این طریق برق اضافی تولید می‌شود. به طور معمول بازده الکتریکی از یک نیروگاه برق بدون استفاده از اتلاف گرما بین ۲۵ تا ۴۰

⁴ Efficiency

¹ China Yangtze Power Company

² Combined cycle power plant

³ Benchmarking

هدف اصلی در این مقاله، مطالعه ۲۹ نیروگاه برق آبی مطرح ایران که حداقل ۱۰ مگاوات تولید داشتند مورد ارزیابی قرار می گیرند و لازم بذکر است که محاسبه کارایی و رتبه بندی آنها بر اساس عملکرد سال ۱۳۹۹ است. در بررسی کارایی از تحلیل پوششی داده‌ها^۲ و فرایندهای مرزی تصادفی^۳ استفاده می‌کنیم. همچنین از تکنیک توابع مفصل^۴ در فرایندهای مرزی تصادفی برای بررسی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری^۵ استفاده خواهیم کرد. قابل ذکر است که از توابع مفصل جدید ارائه شده که دارای مولد هیپرپولیک هستند نیز استفاده می‌کنیم. پس از محاسبه کارایی و رتبه‌بندی نیروگاه‌ها با روشهای مورد نظر به منظور مقایسه نتایج حاصل، ماتریس همبستگی بین رتبه‌های نیروگاهها در هر مدل را بدست آورده و میزان سازگاری نتایج حاصل از روشها را با هم مقایسه می‌کنیم.

در بخش دوم این تحقیق به مروری بر روش‌های ارزیابی کارایی به کارگرفته شده در این مقاله پرداخته می‌شود. بخش سوم به کاربرد مدل‌های مطرح شده در بررسی کارایی نیروگاه‌های برق آبی اشاره شده، نتیجه‌گیری و پیشنهادات در بخش چهارم ارائه می‌شود.

مواد و روش‌ها

روش‌های اندازه‌گیری کارایی

محاسبه کارایی واحدهای تصمیم‌گیری نقش اساسی در بحث‌های اقتصادی و مدیریتی دارد. فارل^۶ از اولین افرادی بود که مجموعه روش‌های مبتنی بر نظریه اندازه‌گیری کارایی را بیان کرد و امکان عملی اندازه‌گیری آن در دهه ۱۹۷۰ به دو روش پارامتریک و ناپارامتریک ممکن شد. یادآوری می‌شود که روش‌های ناپارامتری نیاز به فرضیه‌های کمی راجع به ساختار تابع تولید و نیز اعمال محدودیت به ورودی و خروجی دارند. روش تحلیل مرزی تصادفی (SFA)^۸، تحلیل مرزی پهن (TFA)^۹ و تحلیل بدون توزیع (DFA)^{۱۰} از روشهای پارامتریک هستند. از روش‌های ناپارامتری می‌توان به روش تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)^{۱۱} و تحلیل بدون رویه (FDH)^{۱۲} اشاره کرد.

در رتبه ۲۳ از بین ۳۱ کشور قرار داد. خامنه و جواهری (۱۳۸۸) به کمک تحلیل پوششی داده‌ها عملکرد نیروگاه‌های کشور را ارزیابی نمودند و بر لزوم استفاده بهینه از نیروگاه‌های موجود به دلیل پرهزینه بودن احداث، بهره‌برداری، نگهداری و تعمیرات یک نیروگاه تأکید کردند. دارای توجیه اقتصادی بودن انرژی برق آبی کوچک مقیاس در تامین انرژی روستاهایی که ذخایر آبی کافی دارند نتیجه تحقیقات غلامی (۱۳۸۸) است. اگر پسماندهای هسته‌ای و نیز تامین ایمنی کامل و جلوگیری از بروز حوادث به عنوان معضلات بخوبی مدیریت شود برق هسته‌ای می‌تواند به عنوان یک گزینه قابل رقابت و جایگزین باشد (شجاعی و همکاران، ۱۳۹۲).

شاهین و همکاران (۱۳۹۲) به منظور رتبه بندی ۳۰ واحد نیروگاه برق آبی در ایران از روش تحلیل پوششی داده‌ها استفاده کرده و متوسط ساعت کارکرد و مصرف داخلی نیروگاه را به عنوان ورودی و ظرفیت عملی و تولید ناویژه^۱ را به عنوان خروجی‌های مدل خود در نظر گرفتند. در این بررسی تنها شش نیروگاه کارا بوده و رتبه یک به نیروگاه مسجد سلیمان تعلق گرفت.

بررسی ۳۲ سد ایرانی و رتبه بندی کارایی نیروگاه های برق آبی مستقر بر آنها و بر اساس عملکرد سال ۱۳۹۳ توسط نجاری و ارجمند در سال ۱۳۹۵ انجام شد. تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و فرایندهای مرزی تصادفی با به کارگیری توابع مفصل در فرایندهای مرزی تصادفی مزیت دیگری است که این تحقیق را در مقایسه با مقالات مشابه متمایز می‌کند. نتیجه محاسبات نشان داد رتبه اول به نیروگاه سفیدرود و رتبه آخر به نیروگاه طالقان تعلق دارد.

نجاری و میرزاپور^۲ (۲۰۲۰) تحلیل پوششی داده‌ها و فرایندهای مرزی تصادفی را در تعیین اولویت محل احداث نیروگاه برق به کار گرفته و ۲۸ محل پیشنهادی در کشور ترکیه را اولویت بندی نمودند. آنها در مدل خود از ۹ پارامتر به عنوان ورودی و یک پارامتر به عنوان خروجی استفاده کردند. علاقه مندان برای اطلاعات بیشتر به نجاری و همکاران (۲۰۱۶) نیز مراجعه کنند.

⁸ Stochastic Frontier Analysis

⁹ Thick Frontier Analysis

¹⁰ Distribution Free Analysis

¹¹ Data Envelopment Analysis

¹² Free Distribution Hull

¹ Gross production

² Najjari, Mirzapour

³ Data envelopment analysis

⁴ Stochastic frontier analysis

⁵ Copulas

⁶ Decision making unit (DMU)

⁷ Farrel

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \quad \lambda_j \geq 0$$

که در آن θ_k مقدار کارایی واحد تصمیم‌گیری k ام و n تعداد واحد های تصمیم‌گیری با m ورودی بصورت x_{ik} و همینطور y_{rk} , $r = 1, 2, \dots, s$ و دارای s خروجی به صورت y_{rk} , $r = 1, 2, \dots, s$ است. اگر θ_k برابر یک به دست آید به این معناست که آن واحد تصمیم‌گیری، کارا^۳ است.

تحلیل مرزی تصادفی

روشهای ناپارامتری نیاز به فرضیه‌های کمی راجع به ساختار تابع تولید و نیز اعمال محدودیت به ورودی و خروجی دارند. همچنین این روشها اختلالهای موجود را وارد مدل نمی‌کنند و فرض بر این است که تمامی اختلافها از مرز کارایی ناشی از ناکارآمدی سیستم است. در حالی که در روشهای پارامتری مانند فرایندهای مرزی تصادفی خطای مدل (یعنی ε) بصورت ترکیب دو نوع خطای $\varepsilon = u + v$ است. u خطای ناشی از ناکارایی سیستم و v خطای ناشی از عوامل غیر قابل پیش بینی مانند تغییرات آب و هوا، محیط کارگاه، رکود و غیره است. معمولاً برای u توزیع نمایی، نیم-نرمال و گاما و عموماً برای v توزیع نرمال در نظر می‌گیرند. علاقه‌مندان برای اطلاعات بیشتر می‌توانند به آیگنر^۴ و همکاران (۱۹۷۷)، مووسن و وان‌دن بروک^۵ (۱۹۷۷) و کیناجی^۶ و همکاران (۲۰۱۶) مراجعه نمایند.

در برآورد مدل های فرایندهای مرزی تصادفی، عموماً فرض بر این است که خطاهای u و v مستقل از هم هستند. اسمیت^۷ (۲۰۰۸) یکی از اولین افرادی بود که پیشنهاد وجود پتانسیل همبستگی بین این دو خطا را مطرح کرد. سپس برای مدل‌بندی این همبستگی توابع مفصلی را پیشنهاد داد تا پس از به کاربردن توابع مفصلی، پارامترهای مدل مرزی تصادفی تخمین زده شود. بسیاری از محققین از جمله کارتا و استیل^۸ (۲۰۱۲)، المهدی و هافنر^۹ (۲۰۱۳)، آملسر و همکاران (۲۰۱۴) پیشنهاد اسمیت را پذیرفته و راه او را ادامه دادند. البته لازم به ذکر است به کارگیری توابع مفصل در مدل‌های مرزی تصادفی از دید

در این پژوهش، برای محاسبه کارایی نیروگاه‌های برق‌آبی از روش ناپارامتری تحلیل پوششی داده‌ها، روش پارامتری فرایندهای مرزی تصادفی و نیز تکنیک توابع مفصل در روش پارامتری فرایندهای مرزی تصادفی استفاده می‌شود. جزئیات این سه روش در ادامه ارائه می‌شود.

تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها روشی ناپارامتری برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیری است که اولین مدل آن توسط چارنس^۱ و همکاران (۱۹۷۸) مطرح شد. مدل آنها CCR نام گرفته‌است که شامل حرف اول هر کدام از نویسندگان است. شکل اصلی با رویکرد ورودی این مدل برای ارزیابی کارایی واحد تصمیم‌گیری k ام بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{Max } \sum_{r=1}^s u_r y_{rk} \\ & \text{Subject to} \\ & \sum_{r=1}^k v_i x_{ik} = 1 \\ & \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} \geq 0; \\ & v_i, u_r \geq 0. \quad i = 1, 2, \dots, m. \\ & j = 1, 2, \dots, n, \quad r = 1, 2, \dots, s. \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن n تعداد واحدهای تصمیم‌گیری با m ورودی بصورت x_{ik} و دارای s خروجی است که با y_{rk} نشان داده شده است. u_r و v_i به ترتیب وزن‌های ورودی i ام و خروجی r ام هستند. مدل تغییر یافته و یا به عبارتی بهبود یافته CCR، توسط بنکر^۲ و همکاران (۱۹۸۴) ارائه شد و با حرف اول نویسندگان مقاله مدل BCC نام گرفت. این مدل با استفاده از مرز کارایی، مقدار کارایی محض واحدهای تصمیم‌گیری را مشخص می‌کند. فرم اولیه با رویکرد ورودی این مدل برای ارزیابی کارایی واحد تصمیم‌گیری k ام بصورت زیر است:

$$\begin{aligned} & \text{Min } \theta_k \\ & \text{Subject to} \\ & \theta_k x_{ik} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \geq 0 \\ & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - y_{rk} \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

⁶ Kınacı

⁷ Smith

⁸ Carta & Steel

⁹ El Mehdi & Hafner

¹ Charnes

² Banker

³ Efficient

⁴ Aigner

⁵ Meusen & Van Den Broeck

$$C(u, 0) = C(0, v) = 0, C(u, 1) = u, C(1, v) = v$$

(ب) به ازای هر u_1, u_2, v_1, v_2 از $[0, 1]$ بطوری که

$$u_1 \leq u_2, v_1 \leq v_2$$

$$C(u_2, v_2) - C(u_2, v_1) - C(u_1, v_2) + C(u_1, v_1) \geq 0$$

به عبارت دیگر، توابع مفصل توزیع چند متغیره هستند که توابع حاشیه‌ای یک بعدی آنها بر بازه $(0, 1)$ یکنواخت است. به دو دلیل این توابع در مباحث آماری مورد توجه قرار دارند: اولاً این توابع مستقل از مقیاس‌های اندازه گیری هستند. ثانیاً برای شبیه‌سازی در توابع توزیع کارایی زیادی دارند. توابع مفصلی ابزاری قدرتمند در مدل‌سازی ساختارهای وابستگی هستند و به ویژه زمانی که توزیع داده‌ها بیضوی نباشد، این توابع نقش اساسی در همبستگی ایفا می‌کنند. اهمیت این توابع به خاطر قضیه اسکالر^۲ است؛ فرض کنیم متغیرهای تصادفی X و Y دارای تابع توزیع توام H و به ترتیب دارای توزیع‌های حاشیه‌ای F و G باشند. آنگاه تابع مفصل C وجود دارد بطوری که برای هر x, y داریم، $H(x, y) = C(F(x), G(y))$ در صورتی که F و G پیوسته باشند توابع مفصل C منحصر بفرد است (عکس قضیه نیز برقرار است). به عنوان نتیجه‌ای از قضیه اسکالر، تابع مفصل، توابع توزیع توام را با توزیع‌های حاشیه‌ای یک بعدی آنها مرتبط می‌کند (اسکلر، ۱۹۵۹).

توابع مفصل را به دو دسته بیضوی^۳ و ارشمیدسی^۴ تقسیم کرده‌اند (حبیب اله^۵، ۲۰۰۷). البته این دسته‌بندی از دیدگاه متخصصین این رشته ممکن است به صورت دیگری نیز باشد که از بحث ما خارج است. توابع مفصل بیضوی، توزیع بیضوی دارند به عبارت دیگر قالبی بیضوی یا کروی داشته و در نتیجه در دنباله‌ها متقارن هستند. از توابع مفصل مطرح در این خانواده تابع مفصل گاوسی^۶ و تابع مفصل استیودنت^۷ است و از بین این دو، تابع مفصلی گاوسی کاربردی‌تر است زیرا فرم ساده‌تری نسبت به تابع مفصلی استیودنت دارد.

توابع مفصل ارشمیدسی شامل تعداد زیادی از توابع مفصل است و به چند دلیل کاربرد این توابع به سرعت گسترش یافته‌است، اولاً پیکربندی این توابع فوق‌العاده ساده است. ثانیاً گروه عمده توابع مفصل به خانواده ارشمیدسی تعلق دارد و

تئوری و محاسباتی موضوع توجه است و محققان در ارائه پیشنهادات جدید در رقابت هستند.

تحلیل مرزی تصادفی در ابتدا توسط آنگر و همکارن (۱۹۷۷) و مووسن و وان دن بروک (۱۹۷۷) در مباحث اقتصادی مطرح شد. این روش هم به صورت پارامتری و هم بصورت ناپارامتری قابل فرمول‌بندی است؛ با این وجود در مباحث کاربردی اکثراً حالت پارامتری این روش به کار می‌رود (المهدی و هافنر، ۲۰۱۴). مدل تولید مرزی بدون مولفه تصادفی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$y_i = f(x_i; \beta) TE_i, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad (۳)$$

که در آن y_i خروجی مشاهده شده، x_i برداری شامل N ورودی به کارگرفته شده توسط تولیدی i ام، $f(x_i; \beta)$ مرز تولید و β برداری از پارامترهای تکنیکی که باید برآورد شود. در این رابطه، TE_i به عنوان کارایی تکنیکی واحد i ام است و عبارت است از خروجی مشاهده شده بر حداکثر خروجی ممکن واحد تولیدی i ام. فرض کنیم TE_i یک متغیر تصادفی است، در این صورت می‌توان آنرا بصورت $TE_i = \exp(-u_i)$ نوشت بطوریکه $u_i \geq 0$. با فرض مولفه تصادفی شوک به صورت $\exp(v_i)$ (که ممکن است ناشی از تغییرات آب و هوا، مشکلات اقتصادی، رکود و غیره باشد) و اعمال آن در رابطه (۳) برای هر $i = 1, 2, \dots, I$ داریم:

$$y_i = f(x_i; \beta) \exp(-u_i) \exp(v_i) \quad (۴)$$

چنانچه فرض کنیم $f(x_i; \beta)$ فرم لگاریتمی کب-داگلاس^۱ را داشته باشد، رابطه (۴) بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_n \beta_n \ln x_{ni} + v_i - u_i \quad (۵)$$

علاقه مندان برای اطلاعات بیشتر می‌توانند به آنگر و همکارن (۱۹۷۷) و مووسن و وان دن بروک (۱۹۷۷) مراجعه کنند. در این مقاله با استفاده از مدل (۵) و در نظر گرفتن توزیع‌های نرمال و نیم-نرمال به ترتیب برای v و u نتایج را محاسبه خواهیم کرد.

توابع مفصل

تابع مفصل ۲-متغیره تابعی بصورت $C: [0, 1]^2 \rightarrow [0, 1]$

است که دارای خواص زیر است:

(الف) به ازای هر u و v از $[0, 1]$ داریم:

⁶ Gaussian

⁷ Student

¹ Cobb-Douglas

² Sklar

³ Elliptical

⁴ Archimedean

⁵ Habiboallah

شکل ۲: نمودار نقطه ای تابع مفصل Coth با $\theta = 0/01$ (سمت چپ) و $\theta = 5$ (سمت راست)

برای اطلاعات بیشتر در مورد توابع مفصل کتاب نلسون (۲۰۰۶) پیشنهاد می‌گردد.

تحلیل مرزی تصادفی و توابع مفصل

تحقیقات بسیار کمی می‌توان یافت که مرتبط با تحلیل مرزی تصادفی و توابع مفصل باشند. اسمیت^۵ (۲۰۰۸) از اولین افرادی بود که کاربرد توابع مفصل را در تحلیل مرزی تصادفی پیشنهاد داد. اخیراً کارتا و استیل^۶ (۲۰۱۲) روشی برای تولید مرزی چند خروجی ارائه دادند که بر پایه توابع مفصل است. مقاله دیگری از طرف المهدی و هافنر^۷ (۲۰۱۴) و همچنین آملسر^۸ (۲۰۱۴) در ارتباط با تحلیل مرزی تصادفی و توابع مفصل ارائه شده‌است. در این بخش از مقاله هدف تشریح نحوه به کارگیری توابع مفصل در تحلیل مرزی تصادفی است.

مدل کلاسیک مرزی تصادفی پیشنهادی توسط آیگنر و همکاران (۱۹۷۷) و همچنین مووسن و وان دن برووک (۱۹۷۷) در نظر گرفته شده است. برای هر $i = 1, 2, \dots, I$ داریم:

$$\ln y_i = \beta_0 + \sum_n \beta_n \ln x_{ni} + v_i - u_i, \quad (۶)$$

فرض می‌شود که u_i ها (و نیز v_i ها) برای هر واحد تصمیم‌گیری i ام مستقل هستند و از طرفی یک پتانسیل همبستگی بین u و v موجود است. فرض کنیم $u \sim G_1$ و $v \sim G_2$ (منظور از \sim همان توزیع آماری است) و H تابع توزیع توام u و v باشد. در این صورت بنا به قضیه اسکالر تابع مفصل C_θ وجود دارد بطوریکه در رابطه زیر صدق می‌کند،

$$H(u, v) = C_\theta(G_1(u), G_2(v))$$

و از این رابطه تابع چگالی توام بصورت زیر قابل محاسبه است،

$$h(u, v) = g_1(u)g_2(v)C_\theta(G_1(u), G_2(v)) \quad (۷)$$

با در نظر گرفتن $\varepsilon = u - v$ و توزیع‌های حاشیه‌ای $h(u, v)$ داریم،

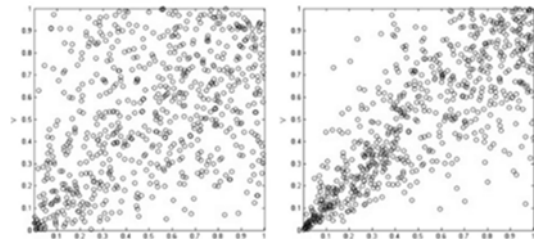
$$h(\varepsilon) =$$

$$\int_0^{+\infty} g_1(u)g_2(u + \varepsilon)C_\theta(G_1(u), G_2(u + \varepsilon)) du \quad (۸)$$

با جایگذاری $\varepsilon = \ln y - f(x; \beta)$ در رابطه (۸) تابع چگالی \mathcal{Y} حاصل می‌شود. با استفاده از روش برآورد حداکثر درست‌نمایی^۹

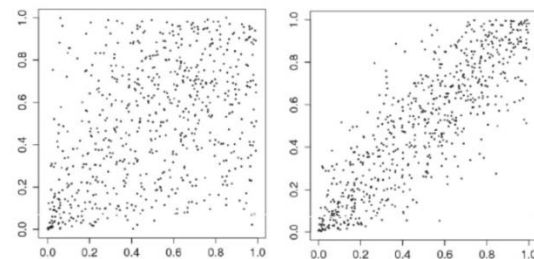
نهایتاً نمایش ارشمیدسی، توابع مفصل چند متغیره را بصورت تابع یک پارامتری بیان می‌کند که به این تابع تک پارامتری، مولد تابع مفصل ارشمیدسی گفته می‌شود. بدیهی است که این مولد نقش اساسی در محاسبه اندازه‌های توابع مفصل ارشمیدسی از قبیل ضریب همبستگی کندال^۱، اسپیرمن^۲، گینی^۳، ... و نیز محاسبه همبستگی در دنباله‌ها و سایر اندازه‌های توابع مفصل را بر عهده دارد. محاسبه اکثر این اندازه‌ها در اغلب توابع مفصل بدلیل پیچیدگی محاسبات مشکل است و فرم بسته‌ای برای این اندازه‌ها در دسترس نیست.

اگر ϕ تابعی پیوسته و اکیدا نزولی از $[0, 1]$ به $[0, \infty)$ باشد بطوری که $\phi(1) = 0$ و ϕ^{-1} وارون ϕ است آنگاه $C(u, v)$ که بصورت $C(u, v) = \phi^{-1}(\phi(u) + \phi(v))$ تعریف می‌شود شرایط توابع مفصل را داراست اگر و تنها اگر ϕ تابعی محدب باشد. توابع مفصل که از رابطه $C(u, v) = \phi^{-1}(\phi(u) + \phi(v))$ حاصل می‌شوند توابع مفصل ارشمیدسی نامیده می‌شوند. تابع ϕ مولد تابع مفصل نام دارد و اگر $\phi(0) = \infty$ باشد، گفته می‌شود ϕ مولد اکید است و در این حالت تابع مفصل ارشمیدسی اکید نامیده می‌شود. در این مقاله ما چندین تابع مفصل مطرح و پرکاربرد ارشمیدسی را به کار خواهیم برد که برای نمونه در شکل (۱) نمودار نقطه‌ای ساختار تابع مفصل کلایتون^۴ با $\theta = 1$ و $\theta = 3$ و در شکل (۲) نمودار نقطه ای تابع مفصل Coth با $\theta = 0/01$ و $\theta = 5$ نشان داده شده است.



شکل ۱: نمودار نقطه ای تابع مفصل کلایتون با $\theta = 1$ (سمت چپ)

و $\theta = 3$ (سمت راست)



⁵ Smith

⁶ Carta & Steel

⁷ El Mehdi & Hafner

⁸ Amsler

⁹ Maximum-Likelihood Estimation

¹ Kendall's correlation coefficient

² Spearman

³ Gini

⁴ Clayton

یعنی همبستگی مستقیم بین v و u مقدار $Var(\varepsilon)$ را کاهش می‌دهد و همبستگی معکوس بین v و u واریانس $Var(\varepsilon)$ را افزایش می‌دهد. کاهش واریانس $Var(\varepsilon)$ در مدل (۶) باعث بروز خطای کمتر و در نتیجه محاسبه دقیق‌تر کارایی تکنیکی می‌شود.

ارائه نتایج

تحلیل کارایی نیروگاه‌ها

هدف اصلی در این بخش اعمال مدل‌های بحث شده در بخش دوم بر روی نیروگاه‌های مستقر بر سدهای برق آبی مطرح ایران و تعیین میزان کارایی آنهاست. داده‌ها، مربوط به عملکرد سال ۱۳۹۹ بوده و از ترازنامه انرژی ۹۹ وزارت نیرو چاپ ۱۴۰۰ قابل دسترسی است (دفتر فناوری اطلاعات و آمار، ۱۳۹۹). در این ترازنامه کل سدهای برق آبی ایران ۵۸ مورد هستند که از بین آنها سدهایی که میانگین قدرت عملی آنها حداقل ۱۰ مگاوات بودند مورد ارزیابی قرار گرفت. تعداد این سدها ۲۹ تا می‌باشد و جزئیات نیروگاه‌های برق آبی مستقر بر این سدها به همراه مشخصات مورد نیاز آنها در جدول (۳) ارائه شده است. همانطوری که در جدول (۳) مشخص است، تعداد کارکنان، قدرت نامی نیروگاه (مگاوات)، میانگین قدرت عملی نیروگاه (مگاوات)، قدرت بهره برداری شده (مگاوات)، میزان تولید ناویژه نیروگاه (کیلووات)، میزان مصرف داخلی نیروگاه بر حسب کیلووات ساعت، و در نهایت درصد بهره برداری از ظرفیت عملی نیروگاه ارائه شده است. حال به توضیح این موارد می‌پردازیم.

برآوردی قابل قبول از پارامترهای مدل مرزی تصادفی بدست می‌آید. از آنجایی که توابع مفصل، توزیع‌های حاشیه‌ای را مستقل از ساختار همبستگی آنها مدلبندی می‌کنند بنابراین تابع توزیع توأم انعطاف پذیری حاصل می‌شود که توزیع حاشیه‌های آنها می‌تواند توسط محقق مشخص شود. بدیهی است پس از تخمین مدل مرزی تصادفی هدف محاسبه کارایی تکنیکی واحدهای تصمیم‌گیری است. این کارایی تکنیکی بصورت زیر است:

$$TE = E(\exp\{-u\}|\varepsilon)$$

و با استفاده از روابط (۷) و (۸) داریم:

$$TE = \frac{1}{h(\varepsilon)} \int_{\mathbb{R}^+} \exp\{-u\} h(u, \varepsilon) du \quad (9)$$

برای جزئیات بیشتر به اسمیت (۲۰۰۸) و المهدی و هافنر (۲۰۱۴) مراجعه شود. جهت به کارگیری این روابط فرض بر این است که $u \sim N(0, \sigma_u^2)$ و $v \geq 0$ و $u \sim N^+(0, \sigma_u^2)$ ، $u \geq 0$ از این رو $E(u) = \sigma_u \sqrt{2/\pi}$ و $Var(u) = (\pi - 2/\pi)\sigma_u^2$ خواهد بود. اگر فرض کنیم برآورد پارامترهای $(\sigma_u, \sigma_v, \theta, \beta)$ با روش حداکثر درستنمایی $\hat{v} = (\hat{\sigma}_u, \hat{\sigma}_v, \hat{\theta}, \hat{\beta})$ باشند با جایگذاری آنها در رابطه (۹) برآوردی از کارایی تکنیکی واحدهای تصمیم‌گیری حاصل خواهد شد. از طرفی $\varepsilon = u - v$ و نیز داریم،

$$Var(\varepsilon) = Var(u) + Var(v) - 2Cov(u, v) \quad (10)$$

جدول ۳: مشخصات نیروگاه‌های سدهای مورد مطالعه

ردیف	نیروگاه	تعداد کارکنان	قدرت نامی مگاوات	میانگین قدرت عملی مگاوات	قدرت بهره برداری شده مگاوات	تولید ناویژه مگاوات ساعت	مصرف داخلی مگاوات ساعت	تولید ویژه مگاوات ساعت	درصد بهره برداری از ظرفیت
1	ارس	45	22	22	21	64936	2043	62893	33/7
2	سردشت	59	150	150	150	512297	2731	509566	39
3	شوط مغان	27	13	13	10	65081	91	64990	57/1
4	زاینده رود	36	56	56	42	179069	818	178251	36/8
5	کارون ۴	68	1000	1000	795	1306859	5554	1301305	14/9
6	کوه‌رنگ	15	39	39	9	40382	532	39850	11/7
7	وهران	49	10	10	8	21748	269	21479	23/9

ردیف	نیروگاه	تعداد کارکنان	قدرت نامی مگاوات	میانگین قدرت عملی مگاوات	قدرت بهره برداری شده مگاوات	تولید ناویژه مگاوات ساعت	مصرف داخلی مگاوات ساعت	تولید ویژه مگاوات ساعت	درصد بهره برداری از ظرفیت
8	رودبار	42	450	450	405	651150	1677	649473	16/5
9	امیرکبیر	48	90	90	22	174878	3980	170898	22/2
10	طالقان	43	18	18	12	59381	837	58544	37/7
11	کلان-لار	40	116	116	52	176844	1849	69844	17/5
12	لتیان	59	45	45	28	76719	6875	174995	19/5
13	لوارک	39	44	44	41	125281	.	125281	32/5
14	دز	224	520	520	358	2128061	5170	2122891	46/7
15	ش.عباسپور	351	2000	2000	1269	2962684	10613	2952071	16/9
16	مسجدسلیمان	267	2000	2000	1684	3257481	5534	3251947	18/6
17	کرخه	223	400	400	401	1114172	2202	1111970	31/8
18	کارون ۳	280	2000	2000	1842	2670059	21667	2648392	15/2
19	مارون	194	150	150	141	252643	1146	251497	19/2
20	گتوند	136	1000	1000	1000	3424061	.	3424061	39/1
21	سیمره	124	480	480	120	428204	1873	426331	10/2
22	آ.کردستان	43	10	10	10	49103	4000	49103	56/1
23	داریان	79	210	210	210	376433	1685	374748	20/5
24	ملاصدرا	15	100	100	60	9998	846	9152	1/1
25	درودزن	9	10	10	7	26163	34	26129	29/9
26	جیرفت	35	32	32	30	142566	131	142435	50/2
27	سفیدرود	31	88	88	86	283726	30	283696	37
28	تاکام	12	15	15	12	40758	203	40555	31
29	سیاه بیشه	98	1040	1040	301	1003258	12383	990875	11

جدول ۴: پارامترهای برآوردشده در مدل تحلیل مرزی تصادفی

	$\hat{\sigma}_u$	$\hat{\sigma}_v$	$\hat{\theta}$	$\hat{\beta}_0$	$\hat{\beta}_1$	$\hat{\beta}_2$	τ
Clayton	2/2078	0/1395	1/6019	3/2349	0/4481	0/2562	0/4447
Product	1/0642	0/0254	-	3/1754	0/4666	0/2606	-
Coth	2/7174	0/2525	9/0231	3/1920	0/4634	0/2609	0/8029
A12	2/1685	0/1205	1/9052	3/2387	0/4442	0/2540	0/6501
Gumbel	0/7940	0/0812	4/3300	3/1494	0/5049	0/2841	0/7691
SFA	0/7495	0/5744	-	3/9226	0/1591	0/1502	-

جدول ۵: توابع مفصل استفاده شده در مدل تحلیل مرزی تصادفی

Family	Generator	τ	λ_L	λ_U	θ interval
Clayton	$\frac{1}{\theta} \left(\frac{1}{t^\theta} - 1 \right)$	$\frac{\theta}{\theta + 2}$	$2^{-\frac{1}{\theta}}$	0	$(0, \infty)$

Family	Generator	τ	λ_L	λ_U	θ interval
Gumbel	$(-lnt)^\theta$	$\frac{\theta - 1}{\theta}$	0	$2 - 2^{-\frac{1}{\theta}}$	$[1, \infty)$
A12	$(\frac{1}{t} - 1)\theta$	$(1 - \frac{2}{3\theta})$	$2^{-\frac{1}{\theta}}$	$2 - 2^{-\frac{1}{\theta}}$	$[1, \infty)$
Coth-copula	$coth(\theta t) - coth(\theta)$	$1 + \frac{2}{\theta^2} - \frac{2}{\theta} coth(\theta)$	$\frac{1}{2}$	0	$[1, \infty)$
Product	$-lnt$	0	0	0	-

مصرف داخلی نیروگاه (غیرفنی): انرژی مورد استفاده داخل نیروگاه شامل انرژی مصرفی برای روشنایی معابر و تجهیزات جانبی واحدها بدون توجه به این نکته که این انرژی در خود واحد تولید شده یا از منبع دیگری تامین می‌گردد. **مصرف داخلی نیروگاه (فنی):** جمع مصارف داخلی که مستقیماً در تولید نقش دارند (در طول یک دوره مشخص بر حسب کیلووات ساعت) مصرف داخلی فنی نیروگاه می‌باشد.

برای ارزیابی کارایی نیروگاه‌ها از روشهای تحلیل پوششی داده‌ها (CCR و BCC) و تحلیل مرزی تصادفی استفاده شده‌است. بدین منظور در این داده‌ها، تعداد کارکنان، میانگین قدرت عملی نیروگاه به عنوان ورودی و درصد بهره برداری از ظرفیت نیروگاه به عنوان خروجی انتخاب شدند. برای محاسبات کارایی تکنیکی با روش تحلیل پوششی داده‌ها از نرم افزار EMS و در محاسبه کارایی تکنیکی با روش تحلیل مرزی تصادفی از نرم افزار Matlab و با در نظر گرفتن توزیع های نرمال و نیم-نرمال بترتیب برای v و u استفاده شده‌است. لازم به ذکر است فرمان `fminsearchbnd`¹ در Matlab نقش اساسی در محاسبات را بر عهده دارد.

در تحلیل مرزی تصادفی از چندین خانواده مفصلی استفاده شده که در بین آنها توابع مفصلی جدید با مولد هیپربولیک نیز وجود دارد. در جدول (۵) مشخصات توابع مفصلی مذکور آورده شده‌است. که در آن τ همبستگی کندال و A12 تابع مفصلی شماره ۴,۲,۱۲ ذکر شده در جدول ۴,۱ کتاب نلسون است (نلسون^۲، ۲۰۰۶). در جدول (۴) پارامترهای برآورد شده در مدل تحلیل مرزی تصادفی ارائه شده است. سطر آخر مربوط به مدل تحلیل مرزی تصادفی استاندارد (SFA) و سطرها بعدی شامل پارامترهای مدل تحلیل مرزی تصادفی به همراه چندین تابع مفصل ذکر شده در جدول (۵) است.

تولید ناویژه نیروگاه: جمع انرژی تولیدی مولدهای برق یک نیروگاه که در طی یک دوره زمانی معین (مثلاً یکسال) روی پایانه خروجی مولدها بر حسب کیلووات ساعت یا مگاوات ساعت اندازه‌گیری می‌شود.

تولید ویژه نیروگاه: تولید انرژی ویژه، عبارت است از تولید انرژی برق ناویژه منهای مصرف داخلی نیروگاهها در یک دوره معین و بر حسب کیلووات ساعت یا مگاوات ساعت محاسبه می‌شود.

ضریب بهره‌برداری نیروگاه: نسبت کل انرژی تولید شده در یک نیروگاه طی یک دوره مشخص (عموماً یک دوره یکساله) به حاصلضرب میانگین قدرت عملی نیروگاه، منطقه یا کشور و طول زمان دوره مربوط به ساعت.

قدرت قابل تولید: توانی است که یک واحد در شرایط عادی و بدون هیچگونه اشکال فنی و بدون اثرات سوء بر روی واحد می‌تواند تولید کند.

قدرت نامی: قدرت نامی یک دستگاه توربین یا دستگاه تولیدی نیروی محرکه از طرف سازنده بر روی پلاک مشخصات آن برای شرایط معینی بر حسب اسب بخار یا مگاوات نوشته شده‌است. در ماشینهای کوچک قدرت نامی بر حسب کیلووات مشخص می‌گردد.

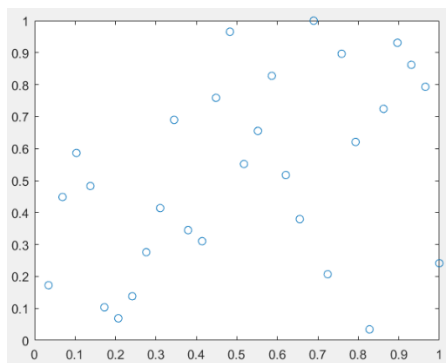
متوسط کارکرد نیروگاه: متوسط وزنی ساعت کارکرد واحد های یک نیروگاه است.

میانگین قدرت عملی: میانگین قدرت عملی مولدهای برق است که با در نظر گرفتن شرایط محیطی (ارتفاع از سطح دریا، دمای محیط و رطوبت نسبی) می‌باشد.

² Nelsen

¹ Function :
[x,fval,exitflag,output]=fminsearchbnd(fun,x0,LB,UB ,options,varargin)

تحلیل مرزی استاندارد نیروگاه گتوند و دز به ترتیب در رتبه اول و دوم نیروگاه‌های کارا هستند.



شکل ۳: نمودار نقطه‌ای ساختار همبستگی خطاهای u و v

در روش تحلیل مرزی تصادفی با تابع مفصل، سد گتوند با تمام توابع مفصل به عنوان نیروگاهی کارا معرفی شده، این در حالی است که شوط مغان فقط با توابع مفصلی کلایتون و Product کارا معرفی شده و نیروگاه سفیدرود با توابع مفصل Coth، Product و گامبل کارا نشان داده شده است. با توجه به رابطه (۱۰) و نتایج جدول (۴) وجود حداکثر همبستگی مستقیم 80/29 درصدی بین u و v در مدل کارایی با به کارگیری تابع مفصلی Coth، نتایج برآوردی در این مدل دارای کمترین خطا و در نتیجه کارایی تکنیکی دقیق‌تر بین توابع مفصل به کار برده شده است. با تکیه بر این واقعیت می‌توان گفت سدگتوند به عنوان کاراترین نیروگاه و سد سفید رود در رتبه دوم نیروگاه‌ها قرار دارد.

مقدار پارامتر برآورد شده تابع مفصل کلایتون برابر 1/6019 است و از این رو همبستگی کندال بین u و v برابر 44/47 درصد است. این نشان دهنده این است که همبستگی مستقیمی بین u و v وجود دارد (با توجه به رابطه (۱۰) و این همبستگی مستقیم باعث کاهش واریانس $Var(\varepsilon)$ شده و مدل برآوردی دارای خطای کمتر و در نتیجه کارایی تکنیکی دقیق‌تر است. این مقدار همبستگی بین u و v حداکثر مقدار خود 80/29 درصد را در تابع مفصل با مولد هیپربولیک Coth داشته و این همبستگی مستقیم باعث حداکثر کاهش $Var(\varepsilon)$ شده و مدل برآوردی دارای کمترین خطا و در نتیجه کارایی تکنیکی دقیق‌تر بین توابع مفصل به کار برده شده است. در شکل (۳) نمودار نقطه‌ای ساختار همبستگی خطاهای u و v آورده شده است.

در جدول (۶) نتایج محاسبات کارایی تکنیکی نیروگاه‌ها به همراه رتبه هر کدام با هر روش بحث شده آورده شده است. در ارزیابی کارایی با تحلیل پوششی داده‌ها دو مدل ناپارامتری CCR و BCC هر دو با رویکرد ورودی مدنظر قرار گرفت. با روش CCR نیروگاه‌های کارا عبارتند از: دورودزن، آزاد کردستان و شوط مغان که به ترتیب در رتبه‌های یک تا سه قرار گرفته‌اند. این در حالی است که با روش BCC نیز همان سه نیروگاه به عنوان نیروگاه‌های کارا معرفی شدند و شوط مغان، دورودزن و آزاد کردستان به ترتیب در رتبه‌های یک تا سه قرار گرفته‌اند و علاوه بر آنها نیروگاه وفرقان نیز به عنوان نیروگاه کارا در رتبه چهارم قرار گرفت. در این میان با روش

جدول ۶: کارایی تکنیکی نیروگاه‌های مورد مطالعه با تحلیل پوششی داده‌ها و تحلیل مرزی تصادفی

ردیف	نیروگاه	SFA		BCC		CCR		Gumbel		A12		coth		Product		clayton	
		کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه
1	ارس	0/58	14	0/45	10	0/35	9	0/51	15	0/53	14	0/53	14	0/53	14	0/54	14
2	سردشت	0/86	6	0/25	14	0/20	13	0/89	5	0/89	5	0/90	5	0/90	5	0/90	5
3	شوط مغان	0/98	3	1/00	1	1/00	3	0/96	3	0/99	2	0/99	3	1/00	2	1/00	2
4	زاینده رود	0/75	8	0/38	12	0/31	10	0/81	8	0/82	6	0/82	6	0/82	6	0/82	6
5	کارون ۴	0/43	19	0/13	19	0/07	20	0/54	14	0/52	15	0/53	15	0/53	15	0/52	15
6	کوه‌رنگ	0/26	27	0/60	7	0/23	12	0/36	21	0/35	21	0/36	21	0/36	21	0/35	21
7	وفرقان	0/36	23	1/00	4	0/43	7	0/28	26	0/30	26	0/30	26	0/30	26	0/30	26
8	رودبار ل	0/45	18	0/21	17	0/12	17	0/61	12	0/58	12	0/59	12	0/59	12	0/59	12
9	امیرکبیر	0/47	16	0/19	18	0/14	14	0/48	17	0/49	17	0/49	17	0/49	17	0/49	17
10	طالقان	0/63	11	0/56	9	0/46	6	0/55	13	0/58	13	0/58	13	0/58	13	0/58	13

clayton		Product		coth		A12		Gumbel		CCR		BCC		SFA		نیروگاه	ردیف
کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه	کارایی	رتبه		
0/45	19	0/45	18	0/45	18	0/45	19	0/45	18	0/13	15	0/23	15	0/39	21	کلان - لار	11
0/33	25	0/33	25	0/33	25	0/33	24	0/31	25	0/12	16	0/22	16	0/36	24	لتیان	12
0/66	11	0/66	11	0/66	11	0/65	11	0/64	11	0/25	11	0/27	13	0/63	10	لوارک	13
0/80	7	0/80	9	0/80	9	0/81	7	0/77	9	0/06	21	0/09	23	1/00	2	دز	14
0/34	22	0/33	22	0/33	22	0/34	22	0/33	24	0/01	29	0/03	29	0/41	20	ش / عباسپور	15
0/42	20	0/42	20	0/42	20	0/42	20	0/41	20	0/02	27	0/03	27	0/47	15	مسجد سلیمان	16
0/51	16	0/51	16	0/51	16	0/52	16	0/49	16	0/04	22	0/05	26	0/66	9	کرخه	17
0/33	23	0/33	23	0/33	23	0/34	23	0/33	23	0/02	28	0/03	28	0/38	22	کارون ۳	18
0/26	27	0/25	27	0/25	27	0/26	27	0/24	27	0/04	23	0/07	25	0/35	25	مارون	19
1/00	1	1/00	3	1/00	1	1/00	1	1/00	2	0/09	18	0/11	21	1/00	1	گتوند	20
0/23	28	0/22	28	0/22	28	0/23	28	0/22	28	0/02	25	0/07	24	0/24	28	سیمره	21
0/74	10	0/74	10	0/74	10	0/74	10	0/69	10	1/00	2	1/00	3	0/86	5	آزاد کردستان	22
0/45	18	0/45	19	0/45	19	0/45	18	0/44	19	0/08	19	0/11	20	0/45	17	داریان	23
0/04	29	0/04	29	0/04	29	0/04	29	0/04	29	0/02	26	0/60	8	0/03	29	ملاصدرا	24
0/81	9	0/82	8	0/81	8	0/79	9	0/81	7	1/00	1	1/00	2	0/59	13	درودزن	25
0/98	4	0/98	4	0/98	4	0/98	4	0/96	4	0/49	5	0/64	6	0/95	4	چیرفت	26
0/99	3	1/00	1	1/00	2	0/98	3	1/00	1	0/36	8	0/44	11	0/83	7	سفیدرود	27
0/81	8	0/82	7	0/82	7	0/80	8	0/82	6	0/78	4	0/81	5	0/62	12	تاکام	28
0/33	24	0/33	24	0/33	24	0/33	25	0/34	22	0/03	24	0/09	22	0/30	26	سیاه بیشه	29

جدول ۷: همبستگی بین رتبه کارایی نیروگاهها با روشهای بحث شده

	clayton	product	coth	A12	Gumbel	CCR	BCC	SFA
Clayton	1/0000	0/9961	0/9975	0/9995	0/9916	0/6054	0/3852	0/9261
Sig.		0/0000	0/0000	0/0000	0/0000	0/0005	0/0391	0/0000
Product	0/9961	1/0000	0/9985	0/9956	0/9956	0/6355	0/4167	0/9079
Sig.	0/0000		0/0000	0/0000	0/0000	0/0002	0/0245	0/0000
Coth	0/9975	0/9985	1/0000	0/9970	0/9956	0/6232	0/4020	0/9118
Sig.	0/0000	0/0000		0/0000	0/0000	0/0003	0/0307	0/0000
A12	0/9995	0/9956	0/9970	1/0000	0/9901	0/6094	0/3882	0/9271
Sig.	0/0000	0/0000	0/0000		0/0000	0/0005	0/0374	0/0000
Gumbel	0/9916	0/9956	0/9956	0/9901	1/0000	0/6350	0/4177	0/8961
Sig.	0/0000	0/0000	0/0000	0/0000		0/0002	0/0241	0/0000
CCR	0/6054	0/6355	0/6232	0/6094	0/6350	1/0000	0/8892	0/5025
Sig.	0/0005	0/0002	0/0003	0/0005	0/0002		0/0000	0/0055
BCC	0/3852	0/4167	0/4020	0/3882	0/4177	0/8892	1/0000	0/2498

	clayton	product	coth	A12	Gumbel	CCR	BCC	SFA
Sig.	0/0391	0/0245	0/0307	0/0374	0/0241	0/0000		0/1913
SFA	0/9261	0/9079	0/9118	0/9271	0/8961	0/5025	0/2498	1/0000
Sig.	0/0000	0/0000	0/0000	0/0000	0/0000	0/0055	0/1913	

جدول ۸: میانگین کارایی تکنیکی نیروگاه های مورد مطالعه حاصل از تحلیل پوششی داده‌ها و تحلیل مرزی تصادفی

رتبه	کارایی	نیروگاه	ردیف	رتبه	کارایی	نیروگاه	ردیف
۲۰	۰/۴۳	مسجد سلیمان	۱۶	۱۴	۰/۵۴	ارس	۱
۱۵	۰/۵۳	کرخه	۱۷	۵	۰/۸۹	سردشت	۲
۲۲	۰/۳۴	کارون ۳	۱۸	۲	۰/۹۹	شوط مغان	۳
۲۷	۰/۲۷	مارون	۱۹	۷	۰/۸۱	زاینده رود	۴
۱	1.00	گتوند	۲۰	۱۶	۰/۵۱	کارون ۴	۵
۲۸	۰/۲۳	سیمره	۲۱	۲۳	۰/۳۴	کوه‌رنگ	۶
۱۰	۰/۷۵	آزاد کردستان	۲۲	۲۶	۰/۳۰	وفرقان	۷
۱۸	۰/۴۵	داریان	۲۳	۱۳	۰/۵۷	رودبار لرستان	۸
۲۹	۰/۰۴	ملاصدرا	۲۴	۱۷	۰/۴۹	امیرکبیر	۹
۹	0.77	درودزن	۲۵	۱۲	۰/۵۸	طالقان	۱۰
۴	۰/۹۷	جیرفت	۲۶	۱۹	۰/۴۴	کلان-لار	۱۱
۳	۰/۹۷	سفیدرود	۲۷	۲۴	۰/۳۳	لنجان	۱۲
۸	۰/۷۸	تاکام	۲۸	۱۱	۰/۶۵	لوارک	۱۳
۲۵	۰/۳۳	سیاه بیشه	۲۹	۶	۰/۸۳	دز	۱۴
				۲۴	۰/۲۶	شهید عباسپور	۱۵

با استفاده از تابع مفصلی گامبل به مقدار ۸۹/۶۱ درصد می باشد.

با توجه به اینکه نتیجه کارایی و رتبه حاصل از روش تحلیل مرزی تصادفی استاندارد با تحلیل مرزی تصادفی با استفاده از هر تابع مفصل متفاوت است، از این رو جهت تصمیم‌گیری بهتر، میانگین کارایی حاصل از به کارگیری هر پنج تابع مفصلی را به دست آورده و سپس رتبه نیروگاه‌ها با توجه به میانگین کارایی حاصل را محاسبه کردیم. نتایج محاسبات در جدول (۸) آورده شده است. این روش توسط نجاری و میرزاپور (۲۰۲۰) نیز به کار گرفته شده است. بدین ترتیب به عنوان نتیجه‌گیری کلی از به کارگیری هر پنج تابع مفصل می‌توان گفت کارایی نیروگاه گتوند در راس نیروگاه‌ها و بترتیب نیروگاه شوط مغان و سفیدرود در رتبه‌های دوم و سوم قرار دارند. کارایی نیروگاه ملاصدرا در رتبه آخر جای گرفته است.

جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

برای مقایسه نتایج مدل‌های برآورد شده در جدول (۶) از همبستگی پیرسون^۱ بین رتبه کارایی‌های حاصل با هر روش استفاده کردیم و نتایج این همبستگی‌ها به همراه معناداری آنها در جدول (۷) نشان داده شده است. در این جدول به وضوح دیده می‌شود که کمترین سازگاری بین نتایج روش BCC با تحلیل مرزی تصادفی ۹۸/۲۴ درصد است که البته با توجه به مقدار Sig. این همبستگی معنادار نیست. در مقام بعدی کمترین سازگاری بین نتایج روش BCC و تحلیل مرزی تصادفی با تابع مفصل کلایتون ۵۲/۳۸ درصد است که البته با توجه به مقدار Sig. این همبستگی معنادار است. در این میان سازگاری معنادار بین نتایج CCR و BCC برابر ۸۸/۹۲ درصد است. از طرفی بیشترین سازگاری بین نتایج روش تحلیل مرزی تصادفی استاندارد با تحلیل مرزی تصادفی با استفاده از تابع مفصل A12 است به طوری که همبستگی معنادار بین نتایج آنها ۹۲/۷۱ درصد و کمترین سازگاری معنادار بین نتایج روش تحلیل مرزی تصادفی استاندارد با تحلیل مرزی تصادفی

¹ Pearson

- 10- Habiboallah, F. (2007). "Copulas, modeling dependencies in Financial Risk Management". Purmerend, December.
- 11- <https://isn.moe.gov.ir/>.
- 12- http://www.ren21.net/wp-content/uploads/2016/06/GSR_2016_Full_Report_RE N21.pdf.
- 13- Khamene, A. M., Javaheri, Z., (1388). "Performance evaluation of Iran's thermal power plants using data envelopment analysis method". The first national conference of thermal power plants industry, Technical Faculty of Tehran University, Tehran. (in Persian).
- 14- Kinaci, H., Najjari, V., Alp. Ihsan. (2016). "Using data envelopment analysis and stochastic frontier analysis methods to evaluate efficiency of hydroelectricity centers", Gazi University Journal of Science, 29 (1), 167-176.
- 15- Mehrabian, M. A. and Farhadi, M. (2012) "Investigation of hydropower plants from the perspectives of energy, environment, economy, renewable resources, tourism and employment creation". The third conference on optimizing fuel consumption in buildings. Iran's Fuel Consumption Optimization Organization, 26 Bahman, Tehran. (in Persian).
- 16- Meeusen, W. and Van Den Broeck, J. (1977). "Efficiency estimation from Cobb-Douglas production functions with composed error." *International Economic Review*. 18(1), 435-444.
- 17- Najjari, v. Arjmand, M. (2015). "Investigation of 32 Iranian dams and the efficiency of hydropower plants located on them in 2013". Scientific and research journal of dam and hydropower plant. Volume 3, Number 9, Pages 66-55. (in Persian).
- 18- Najjari, V., Bal, H., Öztürk, F., Alp, I. (2016). "Stochastic frontier models by copulas and an application". Scientific Bulletin. 78(1), 31-41.
- 19- Najjari, V. and Mirzapour, A. (2020). "Investigating location of solar plants by several methods". *Journal of Polytechnic*. 23, Issue 4, 1363 - 1369
- 20- Nelsen, R. B. (2006). An Introduction to copulas. Second Edition, New York, Springer.
- 21- "Operational process of Bushehr nuclear power plant". Iran Scientific and Industrial Institute of Electricity. (in Persian).
- 22- Seyed Isfahani, M. M., Ayatollahi, S.A.H., Ayatollahi, S.M.R. (1385). "Ranking of the selected countries based on efficiency in renewable electricity generation using the benchmark productivity technique and data coverage to determine the position of Iran". The first international conference on energy management and planning. Institute of Research in Energy Management and Planning and Technical College of Tehran, Tehran, June 30-31. (in Persian).
- 23- Shahin, A., Malekpour, H., Tuan, F., Karmi, M. (2012). "Ranking of renewable power plants using data coverage analysis, hydroelectric power plants of the country in 2013". The second national industrial and systems engineering conference, Islamic Azad University, Najaf Abad branch. (in Persian).
- 24- Shojaei, M., Ghazi, S. and Biranvand, M. (2012). "Conducting economic and environmental studies of fossil and nuclear power plants and providing the optimal option". *Economic Sciences Quarterly*, Volume 7, Number 22, 27-48. (in Persian).
- برای ارزیابی کارایی ۲۹ نیروگاه برق آبی ایران از روشهای تحلیل پوششی داده‌ها (مدلهای CCR و BCC) و تحلیل مرزی تصادفی و نیز تکنیک توابع مفصلی در تحلیل مرزی تصادفی استفاده شده، تعداد کارکنان، میانگین قدرت عملی نیروگاه (مگاوات) به عنوان ورودی و درصد بهره برداری از ظرفیت عملی نیروگاه به عنوان خروجی انتخاب شدند. محاسبات نشان داد که نتیجه کارایی و رتبه حاصل از هر یک از روش برای نیروگاه‌ها متفاوت است. از این رو به عنوان نتیجه کلی، میانگین کارایی حاصل از تحلیل مرزی تصادفی استاندارد و به کارگیری پنج تابع مفصلی را حساب کرده و سپس رتبه نیروگاه‌ها را با توجه با این میانگین رتبه‌بندی کردیم. با این تکنیک کارایی نیروگاه گتوند در راس نیروگاهها و بترتیب نیروگاه شوط مغان و سفیدرود در رتبه های دوم و سوم قرار گرفتند. کارایی نیروگاه ملاصدرا در رتبه آخر جای گرفته است.

References

- 1- Aigner, D. J., Lovell, C. A. K. and Schmidt, P. (1977). "Formulation and estimation of stochastic frontier production functions." *Journal of Econometrics*. 6(1), 21-37.
- 2- Amsler, C., Prokhorov, A. and Schmidt, P. (2014). "Using copulas to model time dependence in stochastic frontier models". *Econometric Reviews*. 33 (5-6), 497-522.
- 3- Ashuri, P. and Khodabakhshi, b. (1382). "The place of hydropower plants in the environment". The first national conference of hydropower plants in the country. Iran Water and Power Resources Development Company, Tehran. (in Persian).
- 4- Banker, R. D., Charnes, A., Cooper, W. W. (1984). "Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis". *Management Science*. 30(1), 1078-1092.
- 5- Carta, A. M. and Steel, F. J. (2012). "Modelling multi-output stochastic frontiers using copulas." *Computational Statistics and Data Analysis*. 56(1), 3757-3773.
- 6- Charnes, A., Cooper, W. W. and Rhodes, E. (1978). "Measuring the Efficiency of Decision Making Units". *European Journal of Operation Research*. 2(1), 429-444.
- 7- Detailed statistics of Iran's electricity industry for strategic management in March 2019, Tovanir specialized parent company, vice president of human resources and research-information technology and statistics office. (in Persian).
- 8- El Mehdi, R., Hafner, C. M. (2014). "Inferences in stochastic frontier analysis with dependent error terms". *Mathematics and computers in simulation*, 102 (August), 131-143.
- 9- Gholami, F. (1388). "Comparison of the cost of solar electricity and hydroelectricity with the supply of electricity from the national grid in villages without electricity". Master's thesis, Faculty of Economics and Accounting, Islamic Azad University, Tehran Branch, Center. (in Persian).

- 26- Smith, M. D. (2008). "Stochastic frontier models with dependent error components." *The Econometrics Journal*. 11(1), 172-192.
- 25- Sklar, A. (1959). "Fonctions de répartition á n dimensions et leurs marges". *Publications de l'Institut de statistique de l'Université de Paris*, 8, 229-231.

Archimedean Copulas in investigating efficiency of placed powerhouse on dams

Amir Masood Kazemirad ¹

Leyla Golshani ²

Vadood Najjari*³

Mohsen Kokabinazhad ⁴

Abstract

In this paper, copulas and Archimedean copulas (especially with hyperbolic generator) are investigated and it is shown how to use this type of functions in the stochastic frontier analysis. Then we study the efficiency of hydropower plants located on prominent dams in Iran, and based on their performance in 1399 we use data envelopment analysis and stochastic frontier analysis and copulas functions to rank them. In the present study, among the 58 mentioned dams, the dams with an average practical production capacity of at least 10 MW are evaluated. The number of these dams is 29. The calculations show that Gotvand Dam is in the first place and the Mulla Sadra dam has the last rank.

Keywords

Data envelopment analysis, Stochastic frontier analysis, Copulas, Efficiency, Hydroelectricity.

¹ Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

² Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

³ Islamic Azad University, Maragheh Branch, Maragheh, Iran. vnajjari@iau-maragheh.ac.ir

⁴ Department of Mathematics and Statistics, Faculty of Science, Central Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.