

مطالعه آزمایشگاهی تعیین رابطه ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای و بررسی حساسیت پارامترهای مؤثر در آن

علی مهبودی^۱

جلال عطاری^۲

سید عباس حسینی^{۳*}

محمد رضا جلیلی قاضی‌زاده^۴

چکیده

سرریزهای کلید پیانویی طرح تکامل‌یافته‌ای از سرریزهای کنگره‌ای می‌باشند. در این پژوهش آزمایشگاهی، مدل سرریز کلید پیانویی با پلان دوزنقه‌ای مجموعاً در ۳۶۰ حالت با شرایط هندسی و هیدرولیکی متفاوت در یک فلوم به طول، عرض و ارتفاع به ترتیب ۱۱، ۰/۴۹ و ۰/۷ متر مورد آزمایش قرار گرفتند که در آن‌ها اثرات نسبت‌های بدون بعد مؤثر بر ضریب آبگذری مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که مقادیر $W_i/W_o=1/33$ و $B/P=2/33$ ، $L/W=6/54$ از میان نسبت‌های بررسی شده در پژوهش حاضر، ضریب آبگذری را به ترتیب ۱۱۳، ۶۳ و ۳۳ درصد افزایش می‌دهند؛ بنابراین این نسبت‌ها به‌عنوان نسبت‌های بهینه برای مشخصات هندسی پلان دوزنقه‌ای سرریزهای کلید پیانویی قابل پیشنهاد می‌باشند. البته مقادیر پیشنهادی به نسبت‌هایی که دیگر پژوهشگران برای مشخصات هندسی پلان مستطیلی این نوع سرریزها توصیه نموده‌اند نزدیک است. با استفاده از نرم‌افزار SPSS و محاسبه ضریب همبستگی (R^2) و تابع خطای بدون بعد جذر میانگین مربعات (NRMSE)، روابط تجربی برای تخمین ضریب آبگذری بدست آمد. رابطه پیشنهادی حداقل و حداکثر حساسیت را به ترتیب به پارامترهای W_i/W_o و L/W نشان داد.

واژه‌های کلیدی

سرریز کلید پیانویی، دوزنقه، ضریب آبگذری، رابطه تجربی، بررسی حساسیت.

۱. گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

۲. گروه مهندسی عمران، آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

۳.* گروه مهندسی عمران، واحد علوم و تحقیقات، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران، abbas_hoseyni@srbiau.ac.ir

۴. گروه مهندسی عمران، آب و محیط‌زیست، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران.

مقدمه

برای تخمین ضریب آبگذری در حالت آزاد و مستغرق پیشنهاد نمودند.

ماشلز^۷ (۲۰۱۲) رفتار هیدرولیکی سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی را مورد بررسی آزمایشگاهی قرار داد و نتیجه گرفت که تمامی پارامترهای هندسی این نوع سرریزها بر ضریب آبگذری تأثیر خواهند داشت و رابطه تجربی برای محاسبه دبی عبوری از این سرریزها پیشنهاد نمود.

سیسرو^۸ و همکاران (۲۰۱۳) کارایی هیدرولیکی سرریزهای کلید پیانویی با پلان دوزنقه‌ای^۹ را به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار دادند. ایشان نتیجه گرفتند که ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی با پلان دوزنقه‌ای، تقریباً ۵ تا ۲۰ درصد بیشتر از ضریب آبگذری پلان مستطیلی این سرریزها است. همچنین دو رابطه که تنها شامل یک نسبت بدون بعد بود برای تخمین ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی با پلان دوزنقه‌ای و مستطیلی پیشنهاد نمودند.

صفرزاده و خیاط رستمی (۱۳۹۴) با ارزیابی آزمایشگاهی تأثیر ارتفاع بر هیدرولیک سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی مستغرق نتیجه گرفتند که با افزایش ارتفاع سرریز، آستانه استغراق کاهش یافته و بر میزان کاهش آبگذری در حالت مستغرق افزوده می‌شود و روابط کاربردی برای تعیین ضریب آبگذری ارائه نمودند.

مهبودی^{۱۰} و همکاران (۲۰۱۶) هیدرولیک جریان عبوری از روی سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای را به طور آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند. ایشان نتیجه گرفتند که رژیم‌های جریان عبوری از سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای را می‌توان به سه دسته کلی تیغه‌ای، انتقالی و استغراق موضعی دسته بندی نمود. همچنین با مقایسه نتایج آزمایشگاهی خود با دیگر

استفاده از سرریزهای کلید پیانویی^۱ به منظور افزایش ضریب ایمنی سد، افزایش ظرفیت آبگذری سرریز سدهای موجود و یا در حال ساخت و همچنین افزایش حجم ذخیره سیلاب، به شکلی اقتصادی و مطمئن در مقایسه با دیگر سرریزها گزینه‌ای مناسب به نظر می‌رسند (اشلاز^۲، ۲۰۱۱). وجود طره در این نوع سرریزها، در مکان‌هایی که محدودیت عرض و یا پی سرریز وجود دارد، منجر به افزایش طول سرریز و در نتیجه افزایش ظرفیت آبگذری آن‌ها می‌شود (ارپیسوم^۳ و همکاران، ۲۰۱۷). پس از شروع پژوهش‌ها در رابطه با سرریزهای کلید پیانویی از سال ۱۹۹۸، اولین سرریز کلید پیانویی در سال ۲۰۰۶ بر روی سد گلورس^۴ در فرانسه ساخته شد. پس از آن پژوهشگران مختلف توانستند هیدرولیک جریان عبوری از روی این سرریزها را بهتر بیان نموده و روش‌های طراحی را توسعه دهند. طراحان نیز به طور فزاینده‌ای به طراحی و ساخت این نوع سرریزها توجه نموده و به تکمیل بیش از پیش اطلاعات در این زمینه کمک کردند. از آنجاکه وجود روابط تجربی برای تخمین ضریب آبگذری این نوع سرریزها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، لذا برخی پژوهشگران با استفاده از نتایج آزمایشگاهی و عددی، روابط تجربی پیشنهاد نموده‌اند.

کبیری سامانی و جواهری^۵ (۲۰۱۲) برای تعیین تأثیر پارامترهای هندسی و هیدرولیکی مؤثر بر ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی با پلان مستطیلی^۶، هیدرولیک جریان بر روی این نوع سرریزها را به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که افزایش طول سرریز، تأثیر زیادی بر ضریب آبگذری آن دارد ولی افزایش بیش از حد آن، تأثیر چندانی بر ضریب آبگذری نخواهد داشت. همچنین روابطی

۶. Rectangular Piano Key Weirs (RPKW)
۷. Machiels
۸. Cicero
۹. Trapezoidal Piano Key Weirs (TPKW)
۱۰. Mehboudi

۱. Piano Key Weirs (PKW)
۲. Schleiss
۳. Erpicum
۴. Goulers
۵. Kabiri-Samani & Javaheri

شاید مشکل‌تر بودن طراحی و ساخت مدل پلان دوزنقه‌ای نسبت به پلان مستطیلی (امان^۷ و همکاران، ۲۰۱۷) یکی از دلایل پژوهش‌های کمتر پلان دوزنقه‌ای در مقایسه با پلان مستطیلی است. لذا در این پژوهش، روابط تجربی برای تخمین ضریب آبگذری پلان دوزنقه‌ای این نوع سرریزها ارائه می‌شود و حساسیت این روابط نسبت به هریک از پارامترهای تشکیل‌دهنده آن مورد بررسی قرار می‌گیرد.

تحلیل ابعادی

دبی عبوری از سرریزهای کلید پیانویی را می‌توان از رابطه (۱) محاسبه نمود (کبیری سامانی و جواهری، ۲۰۱۲):

$$Q_{PKW} = \frac{2}{3} C_{dW} \sqrt{2gWH}^{3/2} \quad (1)$$

در این رابطه، Q_{PKW} دبی عبوری از سرریز کلید پیانویی، C_{dW} ضریب آبگذری، g شتاب ثقل، W عرض کل سرریز و H بار آب روی سرریز است. دبی عبوری از سرریز کلید پیانویی به پارامترهایی که در رابطه (۲) آورده شده‌اند نیز بستگی دارد:

$$Q_{PKW} = f(H, P, L, W, W_i, W_o, B, B_i, B_o, S_o, h_t, T_s, R, g, \sigma, \mu, \rho) \quad (2)$$

که در آن P ارتفاع سرریز، L طول گسترش‌یافته کل، W_i عرض کلید ورودی، W_o عرض کلید خروجی، B طول جانبی، B_i طول طره پایین‌دست، B_o طول طره بالادست، T_s ضخامت دیواره جانبی، R شعاع انحنا، h_t عمق پایاب، S_o شیب کف کانال، σ کشش سطحی، μ لزجت دینامیکی و ρ جرم مخصوص سیال می‌باشند. در شکل (۱) پارامترهای هندسی سرریز کلید پیانویی دوزنقه‌ای نشان داده شده‌اند.

پژوهشگران، نشان دادند که کارایی پلان دوزنقه‌ای از پلان مستطیلی این نوع سرریزها بیشتر است.

بشیری^۱ و همکاران (۲۰۱۶) با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی دیگر پژوهشگران و روش‌های شبکه عصبی مصنوعی، رگرسیون خطی و غیرخطی چند متغیره، رابطه‌ای برای تخمین ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی پیشنهاد نمودند و تأثیر پارامترهای استفاده‌شده در رابطه را، بر ضریب آبگذری مورد بررسی قرار دادند.

صفرزاده و نوروزی^۲ (۲۰۱۷) هیدرودینامیک سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای را با استفاده از نرم‌افزار Flow-3D مورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که کارایی پلان دوزنقه‌ای سرریزهای کلید پیانویی از پلان مستطیلی بیشتر است.

هو^۳ و همکاران (۲۰۱۸) الگوی جریان عبوری از سرریزهای کلید پیانویی با پلان مستطیلی را مورد بررسی قرار داده و رابطه‌ای برای تخمین ضریب آبگذری پیشنهاد دادند.

کریمی^۴ و همکاران (۲۰۱۸) خصوصیات جریان عبوری از روی سرریزهای جانبی کلید پیانویی، کنگره‌ای و خطی را به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی و مقایسه قرار دادند و نتیجه گرفتند که سرریز کلید پیانویی ضریب آبگذری بیشتری در مقایسه با سرریزهای کنگره‌ای و خطی دارد.

ذونعمت کرمانی^۵ و مهدوی میمند (۲۰۱۹) با استفاده از روش هوش مصنوعی، دبی عبوری از سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی را شبیه‌سازی نمودند.

مهري^۶ و همکاران (۲۰۱۹)، ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی با پلان مستطیلی به‌عنوان سرریز جانبی را با استفاده از تکنیک‌های عددی مورد مطالعه قرار دادند.

پیشینه پژوهش نشان می‌دهد، کارایی پلان دوزنقه‌ای سرریزهای کلید پیانویی از پلان مستطیلی بیشتر است ولی تاکنون رابطه تجربی برای تخمین ضریب آبگذری پلان دوزنقه‌ای که شامل چندین پارامتر بدون بعد باشد، ارائه نشده است؛

۴. Karimi

۵. Zounemat-Kermani

۶. Mehri

۷. Ouamane

۱. Bashiri

۲. Safarzadeh & Noroozi

۳. Hu

در نظر گرفته شد، لذا از این پارامترها نیز صرف نظر می شود. همچنین سرریز به صورت آزاد در نظر گرفته شد، بنابراین عمق پایاب نیز تأثیری بر ضریب آبگذری نخواهد داشت.

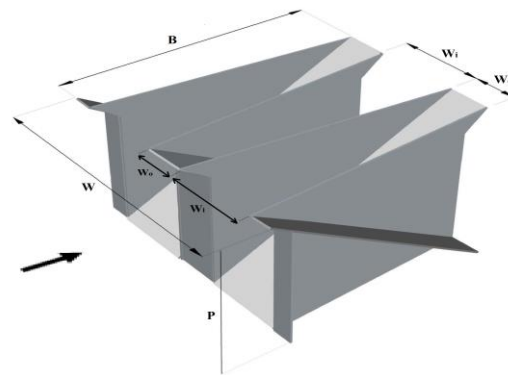
پس از تحلیل ابعادی و حذف پارامترهای غیر مؤثر و ثابت، ضریب آبگذری برحسب پارامترهای بدون بعد را می توان به صورت رابطه (۳) نشان داد:

$$C_{dW} = \varphi \left(\frac{H}{P} \cdot \frac{L}{W} \cdot \frac{B}{P} \cdot \frac{W_i}{W_o} \right) \quad (3)$$

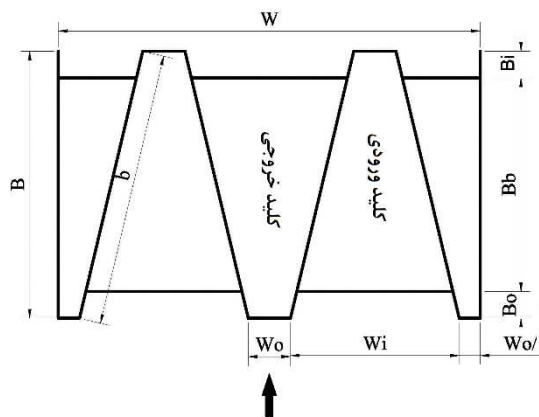
بنابراین بر اساس نسبت های بدون بعد بدست آمده در رابطه (۳)، آزمایش ها برای محاسبه ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه ای طراحی شدند.

مواد و روش ها

آزمایش های این پژوهش در یک کانال با مقطع مستطیلی مطابق شکل (۲) با طول، ارتفاع و عرض به ترتیب ۱۱، ۰/۷ و ۰/۴۹ متر انجام شد. برای مشاهده بهتر شرایط جریان در کانال، جداره و کف آن از جنس شیشه به ضخامت ۱۰ میلی متر ساخته شد. به منظور یکنواخت بودن جریان ورودی به سرریزها، محل نصب مدل های سرریز مورد آزمایش در این پژوهش در فاصله ۸ متری از ابتدای کانال قرار داشت و شرایط تقرب جریان ورودی به این سرریزها به صورت کانال در نظر گرفته شد. جریان آب از مخزن ۸ مترمکعبی قرار گرفته در زیر فلوم به وسیله پمپ الکتریکی با حداکثر ظرفیت ۵۲ لیتر بر ثانیه از طریق لوله ۵ اینچی به مخزن ۲ مترمکعبی آرام کننده جریان منتقل و سپس وارد کانال می شد. برای کنترل مقدار جریان ورودی به کانال از دو شیرفلکه ۴ و ۵ اینچی که در ابتدای لوله ورودی به مخزن آرام کننده نصب شده بود، استفاده می گردید. برای اندازه گیری عمق جریان (H) در بالادست سرریزهای نصب شده در کانال و همچنین سرریز مستطیلی اندازه گیری دبی، از عمق سنج با دقت ۰/۵ میلی متر استفاده شد. برای جلوگیری از تأثیر عمق ناشی از سرعت تقرب، عمق سنج در فاصله ۵۰ سانتی متری در بالادست سرریزها قرار داشت.



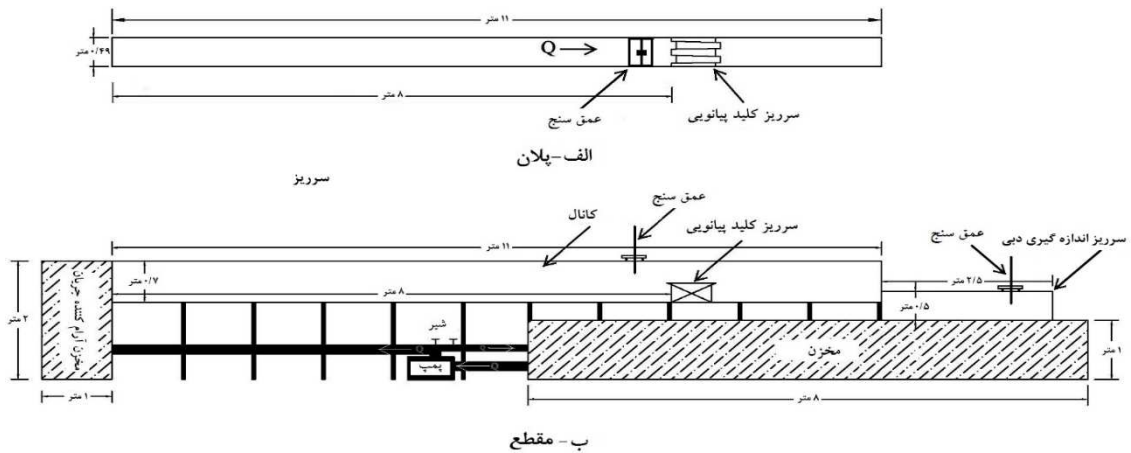
(الف) نمای سه بعدی



(ب) پلان

شکل (۱): پارامترهای هندسی سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه ای چون شیب کانال صفر است، می توان از پارامتر S_0 صرف نظر نمود. به دلیل ثابت بودن شرایط سیال و تراکم پذیری جریان، پارامتر ρ بدون تأثیر بوده و قابل چشم پوشی است. چون عدد رینولدز در همه آزمایش ها بیشتر از 10^4 است و این موضوع بیانگر آشفتگی بودن جریان است لذا اثر لزجت در مقایسه با اثر جاذبه کوچک بوده و می توان از پارامتر μ نیز صرف نظر نمود (هندرسون^۱، ۱۹۸۶). همچنین با توجه به مقدار بار آب روی سرریز (H) که تقریباً در همه مدل ها بیش از ۳۰ میلی متر است، می توان اثرات کشش سطحی آب را ناچیز فرض کرده و از پارامتر σ نیز صرف نظر نمود (نواک^۲، ۲۰۱۰). چون در این پژوهش، ضخامت دیواره جانبی و شعاع انحنای تاج سرریز ثابت

۲۷..... تعیین رابطه ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای و بررسی حساسیت پارامترهای مؤثر در آن



شکل (۲): پلان و مقطع شماتیک فلوم مورد استفاده در پژوهش

در این پژوهش به منظور بررسی تأثیر نسبت‌های بدون بعد W_i/W_o و B/P بر ضریب آبگذری، مدل ۳۶ سرریز (M1-M36) از جنس شیشه با ضخامت ۴ میلی-متر، در دو سیکل طراحی، ساخته و در شرایط هیدرولیکی و هندسی مختلف (جدول (۱)) مورد آزمایش قرار گرفتند. شکل (۳) تصاویر جریان عبوری از روی سرریز را برای برخی مدل‌ها در حین انجام آزمایش نشان می‌دهد.

جدول (۱): پارامترهای هندسی سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای پژوهش حاضر

متغیرها	Q (lit/s)	W (cm)	B (cm)	P (cm)	W_i (cm)	W_o (cm)	B_i & B_o (cm)
مقادیر	۵۲-۸	۴۹	۷۰ و ۵۰، ۳۰	۳۰ و ۲۰، ۱۰	۱۵/۸، ۱۳/۸ ۱۸/۹ و ۱۷/۷	۵/۹، ۴/۷ ۱۰/۱ و ۷/۹	۷ و ۵، ۳



شکل (۳): جریان عبوری از روی سرریز در حین انجام آزمایش

نسبت‌های بدون بعد هندسی و هیدرولیکی شامل H/P ، L/W

و B/P بر ضریب آبگذری مورد بررسی قرار گرفت.

تأثیر W_i/W_o

نتایج و بحث

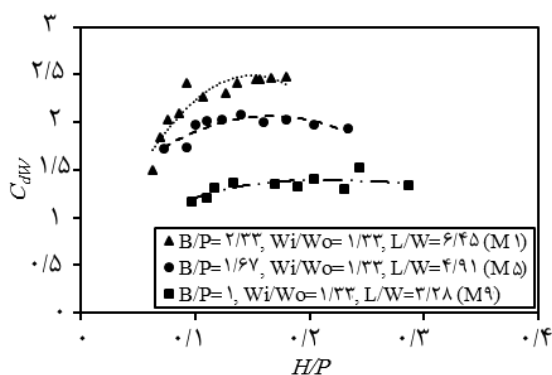
در پژوهش حاضر، به منظور استخراج رابطه تجربی تخمین

ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای، تأثیر

پیشینه پژوهش نشان می‌دهد که سرریزها با مقادیر $W_i/W_o > 1$ در مقایسه با مقادیر $W_i/W_o < 1$ ، ضریب آبگذری بیشتری دارند. در حالتی که $W_i/W_o > 1$ باشد، افزایش نسبت W_i/W_o تا مقدار مشخص (بر اساس پیشینه پژوهش بین ۱/۲۲ تا ۱/۶)، منجر به افزایش کارایی سرریز می‌شود چون سطح مقطع کلید ورودی افزایش یافته و در نتیجه منجر به کاهش سرعت جریان در کلیدهای ورودی شده و جریان به‌طور یکنواخت‌تری از دیواره‌های جانبی سرریز عبور می‌کند. ولی با افزایش این نسبت بیش از یک مقدار مشخص (در این مطالعه ۱/۳۳) منجر به کاهش ضریب آبگذری می‌شود؛ زیرا با افزایش بیشتر W_i/W_o ، عرض کلیدهای خروجی کاهش یافته و تداخل جریان در کلیدهای خروجی افزایش می‌یابد که منجر به کاهش کارایی سرریز می‌شود. لذا بایستی مقدار بهینه‌ای برای نسبت W_i/W_o تعیین گردد که در این پژوهش برای سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای، مقدار ۱/۳۳ پیشنهاد می‌شود. همچنین دیگر پژوهشگران مقادیر مختلفی $1/6 < W_i/W_o < 1/22$ را برای پلان مستطیلی پیشنهاد داده‌اند.

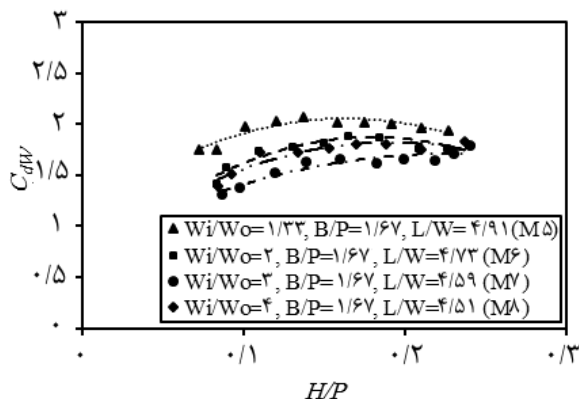
تأثیر B/P

مقایسه تأثیر افزایش نسبت B/P بر ضریب آبگذری (شکل (۵)) نشان داد که با افزایش نسبت B/P ، ضریب آبگذری حداکثر به مقدار ۶۳ درصد افزایش می‌یابد.



شکل (۵): تأثیر B/P بر ضریب آبگذری سرریزها

با ثابت نگه‌داشتن تمامی پارامترهای هندسی و تغییر نسبت W_i/W_o به مقادیر ۱/۳۳، ۲، ۳ و ۴، تأثیر آن بر ضریب آبگذری بررسی شد که نتیجه آن در شکل (۴) نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود وقتی $W_i/W_o = 1/33$ باشد، در مقایسه با نسبت‌های ۲، ۳ و ۴، ضریب آبگذری حداکثر به اندازه ۳۳ درصد افزایش می‌یابد.



شکل (۴): تأثیر W_i/W_o بر ضریب آبگذری سرریزها

ماشلز (۲۰۱۲)، ریبریو^۱ و همکاران (۲۰۱۲)، نویی و امان^۲ (۲۰۱۱)، کبیری سامانی و جواهری (۲۰۱۲) و اندرسون^۳ (۲۰۱۱) نیز به ترتیب مقادیر ۱/۲۵، ۱/۶، ۱/۲۵، ۱/۲۲ و ۱/۲۵ را به‌عنوان نسبت‌های بهینه W_i/W_o برای پلان مستطیلی این نوع سرریزها پیشنهاد داده‌اند. لازم به ذکر است علت اختلاف مقدار پیشنهادی $W_i/W_o = 1/6$ توسط ریبریو و همکاران (۲۰۱۲) با مقادیر پیشنهادی دیگر پژوهشگران، اختلاف در نحوه انجام آزمایش‌ها است. دیگر پژوهشگران با تغییر نسبت W_i/W_o و ثابت نگه‌داشتن دیگر پارامترهای هندسی، به مقدار بهینه این نسبت دست یافتند، لیکن ریبریو و همکاران (۲۰۱۲) یازده مدل آزمایشگاهی کوچک‌مقیاس شده از سرریزهای ساخته شده در نقاط مختلف جهان که تشابه هندسی چندانی نداشتند مورد آزمایش و بررسی قرار دادند و مقدار بهینه $W_i/W_o = 1/6$ را پیشنهاد نمودند.

به‌منظور بررسی کلی نتایج بدست آمده از پژوهش حاضر، نمودار نسبت H/P در برابر C_{dw} برای مقادیر مختلف پارامترهای بدون بعد، رسم گردید (شکل (۷)).

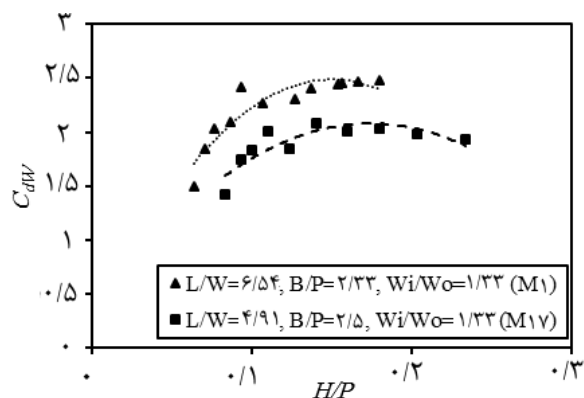
همان‌طور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود، ضریب آبگذری در H/P های پایین با افزایش H/P روند صعودی داشته و پس از رسیدن به حداکثر مقدار خود، کاهش می‌یابد. ماشلز و همکاران (۲۰۱۱) و اندرسون و تولیس^۲ (۲۰۱۱) برای پلان مستطیلی و صفرزاده و نوروزی (۱۳۹۳) برای پلان دوزنقه‌ای به نتایج مشابهی دست یافتند ولی دلیلی برای این امر بیان نمودند. دلیل این پدیده را می‌توان ناشی از رژیم جریان عبوری از روی سرریز و همچنین تداخل جریان‌های عبوری از دیواره‌های جانبی دانست. در مقادیر H/P پایین، تیغه جریان به‌صورت کاملاً چسبیده از روی سرریز عبور می‌کند و در نتیجه ضریب آبگذری کم می‌باشد. با افزایش مقدار H/P ، تیغه جریان عبوری از سرریز جداشده و منجر به افزایش ضریب آبگذری می‌شود. سپس با افزایش H/P ، تیغه جریان از سرریز فاصله بیشتری گرفته و ضریب آبگذری در این حالت به حداکثر مقدار خود می‌رسد. پس‌از آن با افزایش مقدار H/P به دلیل پرش تیغه جریان از روی سرریز و همچنین تداخل جریان‌های عبوری از روی دیواره‌های جانبی، ضریب آبگذری کاهش می‌یابد. در شکل (۷) مشاهده می‌شود که در بارهای آبی کم ($H/P \leq 0.18$) با افزایش مقدار H/P ، ضریب آبگذری افزایش‌یافته و به حداکثر مقدار خود می‌رسد.

به‌طورمعمول برای اکثر سرریزهای موردبررسی در این پژوهش، در بارهای آبی متوسط ($0.18 < H/P < 0.35$) و بالا ($H/P \geq 0.35$) با افزایش مقدار H/P ، ضریب آبگذری کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود در محدوده بار آبی متوسط، تغییرات ضریب آبگذری با نسبت بار آبی زیاد بوده و با نزدیک شدن به محدوده بار آبی بالا این تغییرها محدودتر می‌گردند.

چون با افزایش مقدار B ، طول گسترش‌یافته سرریز افزایش پیدا می‌کند و نظر به این‌که طول جانبی (B) نسبت به ارتفاع سرریز (P)، اثر بیشتری بر ضریب آبگذری دارد (جواهری، ۱۳۹۰)، لذا با افزایش B/P ، ضریب آبگذری افزایش خواهد یافت. نتایج شکل (۵) نشان می‌دهد که در $B/P=2/33$ ، ضریب آبگذری سرریز به حداکثر مقدار خود می‌رسد؛ لذا $B/P=2/33$ به‌عنوان نسبت بهینه در پژوهش حاضر پیشنهاد می‌شود. کبیری سامانی و جواهری (۲۰۱۲) مقدار $B/P=3$ را به‌عنوان نسبت بهینه برای پلان مستطیلی پیشنهاد دادند.

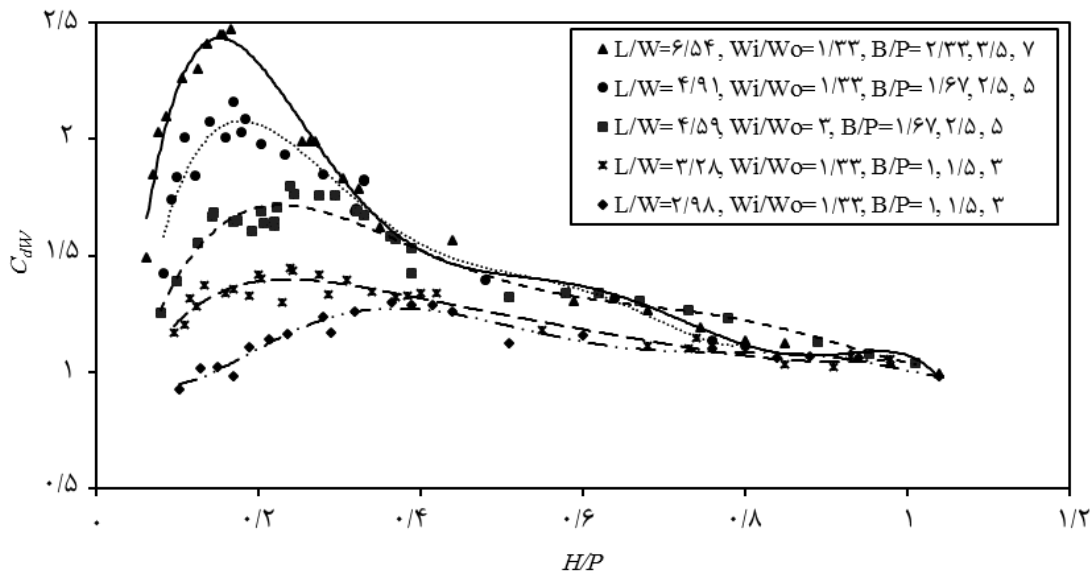
تأثیر L/W

تأثیر افزایش نسبت L/W بر ضریب آبگذری نشان داد که افزایش این نسبت می‌تواند بالغ‌بر ۱۱۳ درصد ضریب آبگذری سرریز را افزایش دهد. نمونه‌ای از تأثیر افزایش نسبت L/W بر ضریب آبگذری در شکل (۶) نشان داده‌شده است.



شکل (۶): تأثیر L/W بر ضریب آبگذری سرریزها

با توجه به نتایج پژوهش حاضر، مقدار $L/W=6/54$ به‌عنوان مقدار بهینه (از نظر هیدرولیکی) برای پلان دوزنقه‌ای پیشنهاد می‌گردد. ریبیرو^۱ و همکاران (۲۰۱۱)، کبیری سامانی و جواهری (۲۰۱۲) و نوبی و امان (۲۰۱۱) مقادیر L/W بهینه را به ترتیب ۷، ۶ و ۷ برای پلان مستطیلی پیشنهاد نمودند.



شکل (۷): نمودار نسبت H/P در برابر C_{dw}

درصد برای استخراج و ۱۵ درصد برای صحت‌سنجی روابط مورد استفاده قرار گرفت. بر این اساس، روابطی که بیشترین ضریب همبستگی و حداقل خطا را دارا بودند برای تخمین ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی ذوزنقه‌ای در سه محدوده کاربرد مختلف به شرح زیر پیشنهاد می‌گردند:

$$C_{dw} = 1/385 \left(\frac{H}{P}\right)^{-0.254} \left(\frac{L}{W}\right)^{-0.412} \left(\frac{B}{P}\right)^{-0.352} \left(\frac{W_i}{W_o}\right)^{-0.106} \quad (4-f)$$

$$0.11 < H/P < 0.118$$

$$2/9 < L/W < 6/54$$

$$1 < B/P < 2/33$$

$$1/33 < W_i/W_o < 4$$

$$C_{dw} = 0.698 \left(\frac{H}{P}\right)^{-0.132} \left(\frac{L}{W}\right)^{-0.351} \left(\frac{B}{P}\right)^{-0.209} \left(\frac{W_i}{W_o}\right)^{-0.009} \quad (4-b)$$

$$0.118 < H/P < 0.135$$

$$2/9 < L/W < 6/54$$

$$1/5 < B/P < 3/5$$

$$1/33 < W_i/W_o < 4$$

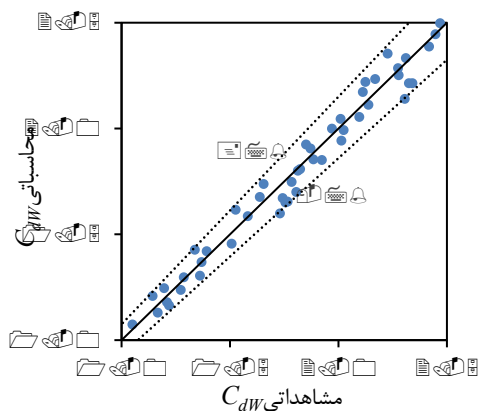
با توجه به نتایج بیان شده در شکل (۷) و همچنین تغییر رژیم جریان در H/P های مختلف (مهبودی و همکاران، ۲۰۱۶) می‌توان دریافت استخراج یک رابطه کلی که شامل تمام محدوده H/P باشد، نمی‌تواند نتایج دقیق و قابل قبولی برای تخمین ضریب آبگذری به همراه داشته باشد. لذا روابط پیشنهادی برای سه محدوده ارائه گردید تا نتایج بدست آمده از آن دقت بالایی برخوردار باشند.

به کمک نتایج آزمایشگاهی و با استفاده از نرم‌افزار SPSS، بیش از ۵۰ فرم رابطه با ترکیبی از پارامترهای بدون بعد برای تخمین ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شد. برای بررسی خطای روابط ارائه شده، از مقدار ضریب همبستگی (R^2) و از تابع خطای بدون بعد جذر میانگین مربعات^۱ استفاده شد.

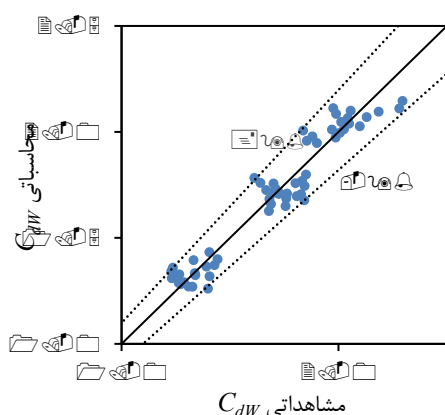
R^2 معیاری است که هر چه به یک نزدیک‌تر باشد نشان می‌دهد همبستگی داده‌ها بیشتر و خطا کمتر است و در مورد NRMSE هر چه مقدار این پارامتر کوچک‌تر باشد، رابطه بدست آمده از دقت بیشتری برخوردار است. لازم به ذکر است که از کل داده‌های آزمایشگاهی موجود در این پژوهش، ۸۵

۱. Normalized Root Mean Square Error (NRMSE)

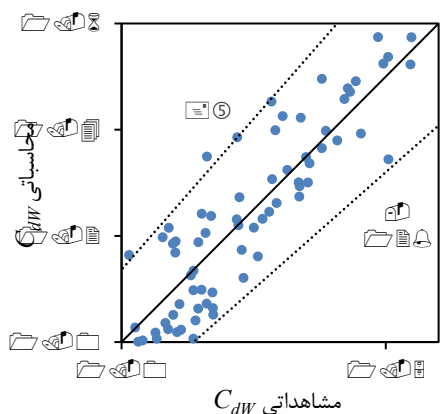
۳۱..... تعیین رابطه ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای و بررسی حساسیت پارامترهای مؤثر در آن



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۸): مقایسه مقادیر C_{dW} مشاهداتی و محاسباتی. الف) رابطه

۴-الف، ب) رابطه ۴-ب و ج) رابطه ۴-ج

$$C_{dW} = 0.656 \left(\frac{H}{P}\right)^{-0.172} \left(\frac{L}{W}\right)^{0.201} \left(\frac{B}{P}\right)^{0.176} \left(\frac{W_i}{W_o}\right)^{-0.07} \quad (۴-ج)$$

$$0.35 < H/P < 1.1$$

$$2.9 < L/W < 6.54$$

$$3 < B/P < 7$$

$$1.33 < W_i/W_o < 4$$

در شکل (۸)، محدوده پراکندگی مقادیر مشاهداتی و محاسباتی این رابطه‌ها نشان داده شده است.

پراکندگی مقادیر مشاهداتی و محاسباتی رابطه‌های (۴-الف) تا (۴-ج) به ترتیب در محدوده‌های کمتر از ۹، ۷، ۹ و ۱۲ درصد قرار می‌گیرند که با توجه به خطاهای اندازه‌گیری، این محدوده پراکندگی قابل قبول می‌باشد.

مقادیر R^2 و NRMSE روابط نیز نشان می‌دهند که رابطه‌های (۴-الف) تا (۴-ج) به ترتیب با ضرایب همبستگی ۰/۹۳۱، ۰/۸۷۸ و ۰/۹۰۱ و مقادیر NRMSE، ۰/۲۲۲، ۰/۲۵۶ و ۰/۲۴۸ مناسب‌ترین رابطه‌ها برای تخمین ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای با محدوده کاربرد ارائه شده، می‌باشند.

بررسی حساسیت رابطه نسبت به پارامترهای بدون بعد

با توجه به پیشینه پژوهش و بازه کاربردی پارامترهای بدون بعد در سرریزهایی که در مدل واقعی ساخته شده‌اند (ریبیرو^۱ و همکاران، ۲۰۱۳) از بین روابط پیشنهادی، رابطه (۴-ب) با فرم اصلی رابطه (۵) برای بررسی حساسیت نسبت به پارامترهای بدون بعد در نظر گرفته شد.

$$C_{dW} = a \left(\frac{H}{P}\right)^b \left(\frac{L}{W}\right)^c \left(\frac{B}{P}\right)^d \left(\frac{W_i}{W_o}\right)^e \quad (۵)$$

بدین منظور در چهارده حالت، تأثیر حذف پارامترها بر مقادیر R^2 و خطای میانگین مربعات^۲ مورد بررسی قرار گرفت.

۲. Mean square Error (MSE)

۱. Ribeiro

حذف پارامترها از رابطه (۵) به سه صورت یک حذفی (حذف یک پارامتر)، دو حذفی (حذف دو پارامتر) و سه حذفی (حذف سه پارامتر) انجام شد.

نتایج مقادیر R^2 و MSE و همچنین مقادیر تخمینی ضریب و توان‌های بدست آمده از حذف پارامترهای مختلف از رابطه، در جدول (۲) آورده شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، پارامترهایی که از رابطه حذف شده‌اند با علامت ضربدر نشان داده شده و برای هر مدل ضریب و توان‌های پارامترهای استفاده شده در رابطه تخمین زده شده است. همچنین مقادیر R^2 و MSE هر مدل محاسبه شده و در نهایت نسبت MSE هر مدل به MSE رابطه (۴-ب) که "نسبت حساسیت" نامیده می‌شود (عزیزی و همکاران، ۱۳۹۵) بدست آمده است. نسبت حساسیت، نشان‌دهنده حساسیت رابطه اصلی به حذف هر یک از پارامترها می‌باشد و هرچه این نسبت بزرگ‌تر باشد به معنای حساسیت بیشتر رابطه نسبت به پارامتر حذف شده است.

نتیجه بررسی حساسیت رابطه (۴-ب) نسبت به پارامترهای بدون بعد تشکیل‌دهنده آن، در جدول (۳) آورده شده است. نتایج نشان دادند که در حالت یک حذفی به پارامتر L/W با نسبت حساسیت ۲/۱۱، در حالت دو حذفی به پارامترهای L/W و B/P با نسبت حساسیت ۱۰/۳۳ و در حالت سه حذفی به پارامترهای L/W ، H/P و B/P با نسبت ۱۰/۵۵ بیشترین حساسیت را دارد.

همچنین رابطه در حالت یک حذفی به پارامتر W_i/W_o با نسبت حساسیت ۱/۱۱، در حالت دو حذفی به پارامترهای W_i/W_o و H/P با نسبت حساسیت ۱/۱۱ و در حالت سه حذفی به پارامترهای W_i/W_o ، H/P و B/P با نسبت ۲/۲۲ کمترین حساسیت را دارد.

جدول (۲): حساسیت رابطه (۴-ب) نسبت به پارامترهای بدون بعد

نسبت حساسیت	MSE	R^2	مقادیر تخمینی ضریب و توان پارامترها					پارامترهای استفاده شده				حالت
			a	b	c	d	e	H/P	L/W	B/P	W_i/W_o	
-	۰/۰۰۹	۰/۹۰۳	۰/۶۹۸	-۰/۱۳۲	۰/۳۵۱	۰/۲۰۹	-۰/۰۰۹	✓	✓	✓	✓	۱
۱/۱۱	۰/۰۱۰	۰/۹	۰/۷۶۲	-۰/۱۳۰	۰/۲۶۰	۰/۲۶۲	۰	✓	✓	✓	×	۲
۲/۲۲	۰/۰۲۰	۰/۷۸۰	۰/۶۰۵	-۰/۱۳۲	۰/۵۶۳	۰	۰	✓	✓	×	×	۳
۱۰/۳۳	۰/۰۹۳	۰/۰۱۸	۱/۴۵۰	-۰/۱۲۷	۰	۰	۰	✓	×	×	×	۴
۱۰/۵۵	۰/۰۹۵	۰/۰۰۲	۱/۷۳۸	۰	۰	۰	-۰/۰۱۶	×	×	×	✓	۵
۲/۳۳	۰/۰۲۰	۰/۷۷۲	۱/۱۱۷	۰	۰	۰/۴۸۴	-۰/۰۱۲	×	×	✓	✓	۶
۱/۲۲	۰/۰۱۱	۰/۸۸۶	۰/۸۹۲	۰	۰/۲۹۳	۰/۲۳۱	-۰/۰۱	×	✓	✓	✓	۷
۱/۱۱	۰/۰۱۰	۰/۸۹۵	۰/۹۲۲	۰	۰/۲۳۶	۰/۲۸۳	۰	×	✓	✓	×	۸
۲/۲۲	۰/۰۱۲	۰/۸۷۷	۰/۷۳۳	۰	۰/۵۵۹	۰	-۰/۰۱۵	×	✓	×	✓	۹
۲/۳۳	۰/۰۲۱	۰/۷۶۵	۰/۹۳۳	-۰/۱۲۸	۰	۰/۴۸۵	۰	✓	×	✓	×	۱۰
۱۰/۳۳	۰/۰۹۳	۰/۰۲۰	۱/۴۷۱	-۰/۱۲۷	۰	۰	-۰/۰۱۷	✓	×	×	✓	۱۱
۱/۳۳	۰/۰۱۲	۰/۸۷۷	۰/۶۱۶	-۰/۱۳۳	۰/۵۵۹	۰	-۰/۰۱۹	✓	✓	×	✓	۱۲
۲/۱۱	۰/۰۱۹	۰/۷۸۶	۰/۹۴۳	-۰/۱۳۰	۰	۰/۴۸۵	-۰/۰۱۴	✓	×	✓	✓	۱۳
۲/۲۲	۰/۰۲۰	۰/۷۸۰	۰/۷۲۱	۰	۰/۵۶۲	۰	۰	×	✓	×	×	۱۴

۲/۳۳	۰/۰۲۱	۰/۷۶۰	۱/۱۰۵	۰	۰	۰/۴۸۴	۰	×	×	✓	×	۱۵
------	-------	-------	-------	---	---	-------	---	---	---	---	---	----

نتایج مدل‌ها نشان می‌دهند که بعد از پارامتر L/W ، رابطه (۴) - (ب) به ترتیب به پارامترهای B/P و H/P حساس می‌باشد. بدین صورت که در حالت یک حذفی نسبت حساسیت حذف پارامتر B/P و H/P به ترتیب برابر $۱/۳۳$ و $۱/۲۲$ است. بشیری و همکاران (۲۰۱۶) نیز با بررسی حساسیت رابطه پیشنهادی‌شان برای تخمین ضریب آگذری سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی نسبت به پارامترهای بدون بعد در حالت یک حذفی، به این نتیجه دست یافتند که رابطه پیشنهادی‌شان بیشترین حساسیت را نسبت مقادیر B/P و H/P و کمترین حساسیت را نسبت به پارامتر W_i/W_o دارد. البته لازم به ذکر است که ایشان از نسبت L/W در رابطه‌شان استفاده نکرده بودند.

با توجه به جدول (۲) نیز ملاحظه می‌شود که از بین تمامی حالت‌های یک، دو و سه حذفی، رابطه (۴-ب) کمترین حساسیت به مقدار $۱/۱۱$ و $R^2=۰/۹$ را نسبت به حذف پارامتر W_i/W_o در حالت یک حذفی دارد که با نتایج بشیری و همکاران (۲۰۱۶) که برای پلان مستطیلی پیشنهاد نمودند تطابق دارد؛ بنابراین با درصد خطای قابل قبولی، از رابطه (۴-ب) با حذف پارامتر W_i/W_o نیز می‌توان استفاده نمود. در حالت دو حذفی وقتی پارامترهای $(B/P, W_i/W_o)$ و $(H/P, W_i/W_o)$ حذف می‌شوند، نسبت حساسیت آن‌ها به ترتیب برابر با $۱/۲۲$ و $۱/۱۱$ می‌باشد که حاکی از حساسیت بیشتر مدل به B/P است.

جدول (۳): رتبه‌بندی حساسیت رابطه (۴-ب) نسبت به پارامترهای بدون بعد

حساسیت				R^2	پارامتر حذف شده	تعداد پارامترهای مورد استفاده
کمترین	بیشترین	رتبه	نسبت			
W_i/W_o	L/W	۴	۱/۱۱	۰/۹	W_i/W_o	۳
		۲	۱/۳۳	۰/۸۷۷	B/P	
		۳	۱/۲۲	۰/۸۸۶	H/P	
		۱	۲/۱۱	۰/۷۸۶	L/W	
$W_i/W_o, H/P$	$B/P, L/W$	۴	۲/۲۲	۰/۷۸۰	$W_i/W_o, B/P$	۲
		۲	۲/۳۳	۰/۷۶۵	$W_i/W_o, L/W$	
		۶	۱/۱۱	۰/۸۹۵	$W_i/W_o, H/P$	
		۵	۲/۲۲	۰/۸۷۷	$H/P, B/P$	
		۳	۲/۳۳	۰/۷۷۲	$H/P, L/W$	
		۱	۱۰/۳۳	۰/۰۲۰	$B/P, L/W$	
$W_i/W_o, B/P, H/P$	$B/P, L/W, H/P$	۴	۲/۲۲	۰/۷۸۰	$W_i/W_o, B/P, H/P$	۱
		۲	۱۰/۳۳	۰/۰۱۸	$W_i/W_o, B/P, L/W$	
		۱	۱۰/۵۵	۰/۰۰۲	$B/P, L/W, H/P$	
		۳	۲/۳۳	۰/۷۶۰	$L/W, W_i/W_o, H/P$	

آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای ارائه شد و رابطه (۴-ب) به دلیل همپوشانی محدوده کاربرد آن با نمونه‌های ساخته‌شده در مدل واقعی، برای تخمین ضریب آبگذری این نوع سرریزها در محدوده کاربرد ارائه‌شده، پیشنهاد می‌شود.

۶- حساسیت رابطه تجربی پیشنهادی نسبت به پارامترهای بدون بعد، به‌صورت کمی و در حالت‌های یک، دو و سه حذفی با چهارده حالت مختلف انجام شد و مشخص شد که به‌طور کلی رابطه پیشنهادی، بیشترین و کمترین حساسیت را به ترتیب به نسبت‌های L/W و W_i/W_o دارد.

مراجع

- ۱- جواهری، ا. (۱۳۹۰). "هیدرولیک جریان بر روی سرریزهای کلید پیانویی" پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی اصفهان.
- ۲- صفرزاده، ا؛ و خیاط رستمی، س. (۱۳۹۴). "ارزیابی آزمایشگاهی تأثیر ارتفاع بر هیدرولیک سرریزهای کلید پیانویی مستطیلی مستغرق"، نشریه علمی پژوهشی سد و نیروگاه برق آبی، ۹ (۷)، ۱-۱۲.
- ۳- صفرزاده، ا؛ و نوروزی، ب. (۱۳۹۳). "هیدرودینامیک سه‌بعدی سرریزهای کلید پیانویی انحنادار در پلان"، مجله علمی پژوهشی هیدرولیک، ۹ (۳)، ۶۱-۷۹.
- ۴- عزیز، ک. عطاری، ج؛ و مریدی، ع. (۱۳۹۵). "تعیین ضریب آبگذری سرریز با استفاده از شبکه‌های عصبی MLP"، پنزدهمین کنفرانس هیدرولیک ایران، قزوین.
- 5- Anderson, R.M. (2011). "Piano Key weir head discharge relationships", M.Sc. Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, Utah State University.
- 6- Anderson, R.M. and Tullis, B.P. (2011). "Influence of Piano Key Weir geometry on discharge", *Proceeding of International Conference on Labyrinth and Piano Key weirs (PKW 2011)*, Liège, Belgium, 75-80.
- 7- Bashiri, H. Dewals, B. Piroton, M. Archambeau, P. and Erpicum, S. (2016). "Towards a new design equation for piano key weirs discharge capacity", *Proceeding of 6th International Symposium on Hydraulic Structures*, Portland, Oregon, USA, 40-49.
- 8- Cicero, G.M. Delisle, J.R. Lefebvre, V. and Vermeulen, J. (2013). "Experimental and numerical study of the hydraulic performance of a trapezoidal Piano Key weir", *Proceeding of International Conference on*

در حالت سه حذفی در شرایطی که پارامترهای $(B/P, W_i/W_o, L/W)$ حذف می‌شوند، نسبت حساسیت آن‌ها به ترتیب برابر با $۱۰/۳۳$ و $۲/۳۳$ می‌باشد که بازهم نمایانگر حساسیت بیشتر مدل به B/P است.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تأثیر نسبت‌های بدون بعد $B/P, H/P, L/W$ و W_i/W_o بر ضریب آبگذری سرریزهای کلید پیانویی دوزنقه‌ای مورد مطالعه آزمایشگاهی قرار گرفت و روابطی برای تخمین ضریب آبگذری این نوع سرریزها پیشنهاد شد و حساسیت رابطه پیشنهادی نسبت به هر یک از پارامترهای بدون بعد مورد بررسی قرار گرفت؛ که خلاصه این نتایج به‌صورت زیر جمع‌بندی می‌شود:

- ۱- نسبت عرض دهانه کلید ورودی به کلید خروجی (W_i/W_o) کمترین تأثیر را بر ضریب آبگذری دارد. مقدار $W_i/W_o=۱/۳۳$ به‌عنوان مقدار بهینه برای این نوع سرریزها پیشنهاد می‌شود؛ که در مقایسه با نسبت‌های ۲، ۳ و ۴، ضریب آبگذری سرریز را حداکثر به‌اندازه ۳۳ درصد افزایش می‌دهد.
- ۲- افزایش نسبت طول جانبی به ارتفاع (B/P) منجر به افزایش ضریب آبگذری، حداکثر به میزان ۶۳ درصد خواهد شد و مقدار $B/P=۲/۳۳$ به‌عنوان مقدار بهینه پیشنهاد می‌شود.
- ۳- در بین نسبت‌های بدون بعد مؤثر بر ضریب آبگذری، نسبت طول گسترش‌یافته به عرض سرریز (L/W) مؤثرترین پارامتر می‌باشد و مقدار $L/W=۶/۵۴$ به‌عنوان مقدار بهینه (از نظر هیدرولیکی) برای این نوع سرریزها پیشنهاد می‌شود. افزایش L/W منجر به افزایش ضریب آبگذری حداکثر به‌اندازه ۱۱۳ درصد خواهد شد.
- ۴- با افزایش نسبت جریان عبوری به ارتفاع سرریز (H/P) تقریباً تا $۰/۱۸$ ، ضریب آبگذری افزایش یافته و پس از آن کاهش می‌یابد.
- ۵- با استفاده از نسبت‌های بدون بعد $B/P, H/P, L/W$ و W_i/W_o بدست آمده از نتایج آزمایشگاهی در شرایط هیدرولیکی مختلف و همچنین با استفاده از نرم‌افزار SPSS، روابط بدون بعدی در سه محدوده متفاوت برای تخمین ضریب

- Conference on Labyrinth and Piano Key weirs (PKW 2011)*, Liège, Belgium, 175-182.
- Labyrinth and Piano Key Weirs (PKW 2013)*, Paris, France, 265-272.
- 19- Novak, P. Guinot, V. Jeffrey, A. and Reeve, D.E. (2010). *Hydraulic modelling: An introduction*, Spon Press, London.
- 9- Erpicum, S. Archambeau, P. Dewals, B. and Pirotton, M. (2017). "Hydraulics of Piano Key Weirs: A review", *Proceeding of International Conference on Labyrinth and Piano Key weirs (PKW 2017)*, Qui Nhon, Vietnam, 27-36.
- 20- Ouamane, A. Debabeche, M. Lempérière, F. and Vigny, J.P. (2017). "Twenty years of research in Biskra University for Labyrinths and Piano Key Weirs and associated fuse plugs", *Proceeding of International Conference on Labyrinth and Piano Key weirs (PKW 2017)*, Qui Nhon, Vietnam, 17-26.
- 10- Hu, H. Qian, Z. Yang, W. Hou, D. and Du, L. (2018). "Numerical study of characteristics and discharge capacity of piano key weirs". *Flow Measurement and Instrumentation*. 62, 27-32.
- 21- Ribeiro, M.L. Boillat, J.L. Schleiss, A.J. Doucen, O.L. and Laugier, F. (2011). "Experimental parametric study for hydraulic design of PKWs", *Proceeding of International Conference on Labyrinth and Piano Key weirs (PKW 2011)*, Liège, Belgium, 183-190.
- 11- Henderson, F.M. (1986). *Open channel flow*, Macmillan, USA.
- 22- Ribeiro, M.L. Pfister, M. Schleiss, A. J. and Boillat, J. L. (2012). "Hydraulic design of A-type Piano Key weir". *Journal of Hydraulic Research*. 50, 400-408.
- 12- Kabiri-Samani, A. and Javaheri, A. (2012). "Discharge coefficient for free and submerged flow over Piano Key weirs". *Journal of Hydraulic Research*. 50, 114-120.
- 23- Ribeiro, M.L. Pfister, M. and Schleiss, A.J. (2013). "Overview of Piano Key weir prototypes and scientific model investigation", *Proceeding of International Conference on Labyrinth and Piano Key Weirs (PKW 2013)*, Paris, France, 273-282.
- 13- Karimi, M. Attari, J. Saneie, M. and Jalili Ghazizadeh, M.R. (2018). "Side Weir Flow Characteristics: Comparison of Piano Key, Labyrinth, and Linear Types". *Journal of Hydraulic Engineering*. 144(12).
- 14- Machiels, O. Erpicum, S. Dewals, B.J. Archambeau, P. and Pirotton, M. (2011). "Experimental observation of flow characteristics over a Piano Key weir". *Journal of Hydraulic Research*. 49, 359-366.
- 24- Safarzadeh, A. and Noroozi, B. (2017). "3D Hydrodynamics of Trapezoidal Piano Key Spillways". *International Journal of Civil Engineering*. 15(1). 89-101.
- 15- Machiels, O. (2012). "Experimental study of the hydraulic behaviour of Piano Key Weirs", Ph.D. Thesis, Faculty of Applied Science, University of Liège.
- 25- Schleiss, A.J. (2011). "From labyrinth to piano key weirs: A historical review", *Proceeding of International Conference on Labyrinth and Piano Key weirs (PKW 2011)*, Liège, Belgium, 3-15.
- 16- Mehboudi, A. Attari, J. and Hosseini, S.A. (2016). "Experimental study of discharge coefficient for trapezoidal piano key weirs". *Flow Measurement and Instrumentation*. 50, 65-72.
- 26- Zounemat-Kermani, M. and Mahdavi-Meymand, A. (2019). "Hybrid meta-heuristics artificial intelligence models in simulating discharge passing the piano key weirs". *Journal of Hydrology*. 569, 12-21.
- 17- Mehri, Y. Soltani, J. and Khashehchi, M. (2019). "Predicting the coefficient of discharge for piano key side weirs using GMDH and DGMDH techniques". *Flow Measurement and Instrumentation*. 65, 1-6.
- 18- Noui, A. and Ouamane, A. (2011). "Study of optimization of the Piano Key Weir", *Proceeding of International*