

مدل سازی عددی دوبعدی جریان عبوری از روی بندهای خاکی

زهرة آقاملائی^۱

مهنار قائینی حصاروئی^{۲*}

چکیده

اکثر جریان‌ها در طبیعت بر روی بستر متحرک و قابل انتقال صورت می‌گیرد. پدیده عبور آب از روی بند خاکی به علت پتانسیل خرابی و جهت پیش‌بینی خطرات ناشی از آن امری مهم است. در تحقیق حاضر مدل عددی دوبعدی جریان روی بسترهای متحرک، جهت مدل‌سازی جریان عبوری از بند خاکی توسعه داده شده است. معادلات حاکم در مدل حاضر شامل معادلات آب‌های کم‌عمق و معادلات اکسیر می‌باشد. برای منقطع سازی معادلات از روش حجم محدود و جهت مدل‌سازی فلاکس‌های عبوری از حجم کنترل از حل‌کننده تقریبی مسئله ریمان، روش HLLC که دارای دقت مرتبه اول می‌باشد، استفاده شده است. سپس مدل حاضر جهت مدل‌سازی جریان عبوری از بند خاکی بکار برده شده است و نتایج مدل با داده‌های آزمایشگاهی موجود برای سطح آزاد جریان و تغییرات بستر مورد مقایسه قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد مدل حاضر قادر به شبیه‌سازی جریان و تغییرات بستر در مسئله جریان عبوری روی بند خاکی می‌باشد.

واژه‌های کلیدی:

بستر متحرک، روش حجم محدود، معادلات آب‌های کم‌عمق، حل‌کننده تقریبی ریمان HLLC

^۱ فارغ التحصیل کارشناسی ارشد، مهندسی عمران، سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان
zohre_ghamlaei@yahoo.com

^{۲*} دانشیار بخش مهندسی عمران، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهید باهنر کرمان، mghaeini@uk.ac.ir

مقدمه

اگر سطح آب داخل مخزن از ارتفاع تاج خاکریز بالاتر رود عبور آب از روی خاکریز و شکست بند به تدریج گسترش یافته و در نهایت منجر به شکست کامل ساختاری می شود. روگذری جریان از بند خاکی یکی از بزرگ ترین نگرانی های مهندسی است که باعث حوادث بزرگ با پتانسیل خرابی بالا می شود (Christian V, et al. 2012). بندهای موجود در امتداد رودخانه از مردم و اموال آنان در برابر سیل حفاظت می کنند. هدف از این تحقیق توسعه روش شبیه سازی عبور جریان از روی بند خاکی با مصالح غیر چسبنده و فرسایش تدریجی ناشی از آن است. مدل عددی با توجه به فرآیندهای فیزیکی متعدد مانند جریان عبوری از روی خاکریز و فرسایش سطح خاکریز توسعه یافته است. این فرآیندها تعاملات متقابل دارند که شامل فرسایش سطح که باعث شکست دیوار جانبی، جریان عبوری از روی خاکریز که باعث نفوذ آب به بند خاکی و چسبندگی ظاهری مواد، فرسایش سطح و پایداری دیوار جانبی را تحت تأثیر قرار می دهد می باشد (Meyer-Peter, E, et al. 1948). فرسایش سطح با رابطه اکسیر و بار بستر با استفاده از فرمول های تجربی مدل شده است. در تحقیق حاضر از بار معلق صرف نظر شده و تنها رسوب بار بستر در نظر گرفته شده است.

معادلات حرکت آب و رسوب معمولاً به روش های تحلیلی قابل حل نیستند. به همین علت حل عددی این معادلات مورد توجه است. جریان ناشی از شکست بند خاکی دارای مقادیر اولیه می باشد که به دلیل گسسته بودن شبکه شامل مناطق با پارامترهای ثابت منفصل و یک ناپیوستگی ناگهانی منحصربه فرد می باشد. با توجه به این که روش حجم محدود بر اساس شکل بقایی معادلات آب کم عمق می باشد می توان از روش گودانف^۱ با در نظر گرفتن روش حجم محدود برای حل مسئله ریمان استفاده کرد. در حالت کلی روش های تقریبی حل مسئله ریمان شامل^۲ HLL, HLLC, HLLE, Osher و Reo می باشند که

در تحقیق حاضر از روش HLLE استفاده شده است. ایده اولیه برای روش های ریمان در روش HLL، در سیستم های هذلولی مانند معادلات آب های کم عمق در حالت یک بعدی، که توسط هارتن و همکاران توسعه داده شده است که در آن دو دسته موج، ساختار موج را تشکیل می دهد که این دو موج توسط سه متغیر حالت از یکدیگر جدا شده اند (Harten A, et al. 1983). Meyer-Peter و Muller در سال ۱۹۴۸ ظرفیت انتقال بار بستر را با استفاده از فرمول های تجربی تعیین کردند. آن ها در این تحقیق اظهار داشتند که حرکت مواد جامد غلتان در امتداد بستر رودخانه توسط انتقال بار بستر صورت گرفته و نه بار معلق. با انجام آزمایش هایی بر روی بار بستر در طی چندین سال در مناطقی که آشفته گی به طور کامل توسعه یافته است، یک قانون کلی از انتقال بار بستر که شامل تنش برشی است را کشف کرده اند (Meyer-Peter, E et al. 1948) از آنجاکه روش HLL و یکی دیگر از حل کننده های تقریبی ریمان به نام Reo در حل مسائل ریمان کارایی و دقت خوبی دارند، در سال ۱۹۹۱ Einfeldt با به کارگیری متغیرهای روش Reo برای رسیدن به سرعت های مورد استفاده در روش HLL توانست به یکی دیگر از حل کننده های تقریبی ریمان به نام HLLE دست یابد که می توان گفت به علت ترکیب دو روش، روش HLLE از دقت بالایی برای حل مسائل ریمان برخوردار است (B. Einfeldt, 1991). به علت نقص ها و محدودیت هایی که در روش HLL وجود داشت، در سال ۱۹۹۴ تورو و همکارانش تغییراتی در این روش ایجاد کردند که نتیجه این تغییرات ارائه روش HLLC می باشد (Soares-Frazao S, et al. 2010 و Toro E.F, Chaudhry و Kassem در سال ۱۹۹۸ روش عددی نیمه کوپل را برای اتصال جریان آب و تغییرات سطح بستر با توجه به انتقال رسوب استفاده کردند. در مدل نیمه کوپل، معادلات جریان ابتدا با روش ADI برای گام زمانی داده شده حل می شوند و پس از آن شرایط جریان محاسبه شده برای

^۱ Godunov Scheme^۲ Harten, Lax and van Leer

و بررسی های آن ها در نظر گرفتن روش HLLC به منظور تقریب راه حل مسئله ریمان برای معادلات جریان های کم عمق بیش از حد متمرکز بر روی بستر افقی می باشد (Cozzolino, L, et al. 2014). علی اصغری تبریزی^۳ در سال ۲۰۱۶ به بررسی فرسایش بند خاکی پرداخته اند که در این زمینه تحقیقات آزمایشگاهی را بر روی خاکریزهای همگن ساخته شده از شن و ماسه، با سطوح مختلف انجام داده اند و پروفیل سطح آب را برای زمان های مختلف و همچنین دبی پایین دست را اندازه گیری کرده اند. بعد از تحقیقات انجام شده دو معادله بدون بعد برای تغییرات ارتفاع تاج خاکریز و طول کف آن بر اساس رابطه بین زمان و چگالی مواد خشک ارائه کرده اند (علی اصغری تبریزی، ۲۰۱۶). در این مقاله ابتدا معادلات حاکم ارائه می گردد و سپس با در نظر گرفتن حل کننده های تقریبی ریمان به توسعه مدل عددی پرداخته می شود و پس از بررسی کارایی مدل حاضر، نتایج حاصل از مدل عددی با نتایج آزمایشگاهی موجود برای مسئله جریان روگذری از بند خاکی مورد مقایسه قرار می گیرد.

معادلات حاکم

معادلات حاکم در مدل حاضر شامل معادلات آب های کم عمق و معادله اکسیر هستند که به شکل زیر نوشته می شوند (Soares-Frazao S, et al. 2010):

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = S(U) \quad (1)$$

$$F(U) = \begin{bmatrix} hu \\ hu^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ \frac{huv}{1 - \varepsilon_0} \\ \frac{q_{sx}}{1 - \varepsilon_0} \end{bmatrix}$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ hu \\ hv \\ z_b \end{bmatrix}$$

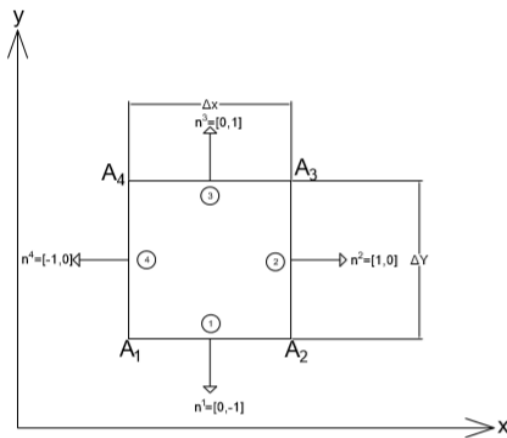
محاسبه دبی رسوب استفاده می شود (Kassem, A.A, et al. 1998). Delis در سال ۲۰۱۰ به ارزیابی بعضی از حل کننده های تقریبی ریمان برای جریان های کانال باز پرداختند. در تحقیق مذکور چهار حل کننده تقریبی ریمان LL, LF, Reo و HLLC برای حل جریان سطح آزاد غیردائمی یک بعدی مورد مقایسه قرار گرفتند. آزمایش ها نشان می دهند که بیشتر حل کننده های ریمان در مدل سازی جریان غیردائمی شدید نتایج فیزیکی واقعی را تولید می کنند. حل کننده های ریمان Roe و HLLC هر دو دارای دقت زیادی در مدل سازی معادلات استخراج موج هستند. هر چند که حل کننده HLLC برای تنگ شدگی ناگهانی عرض کانال در مسئله شکست سد، تخمین های بیشتر غیر فیزیکی ایجاد می کنند (A. T Delis, et al. 2010). در کنار مطالعات صورت گرفته در زمینه روش حجم محدود، مطالعات فراوانی نیز برای تغییرات بستر در جریان ناشی از روگذری بند خاکی انجام گرفته است. از جمله این مطالعات، تحقیق ارائه شده توسط Benkhaldoun و همکارانش در سال ۲۰۱۳ است که بر اساس روش حجم محدود برای حل عددی، از معادلات حاکم برای انتقال بار بستر ضمن در نظر گرفتن معادلات آب های کم عمق، ارائه شده است (Benkhaldoun F, et al. 2013). Sheng در سال ۲۰۱۴ طرح اصلاح فلاکس را برای اطمینان از ثابت ماندن جرم و عمق آب سلول انجام داد. در این تحقیق روش گودانف با دقت مرتبه دوم بر اساس روش حجم محدود در شبکه های اصلاح دینامیکی برای حل معادلات آب کم عمق دوبعدی توسعه یافته است. مزیت این شبکه این است که هیچ ساختار داده ای برای ذخیره اطلاعات همسایه نیاز نیست بنابراین همسایه ها به طور مستقیم از روابط جبری ساده مشخص می شوند (Sheng, Jianzhong, et al. 2014). Cozzolino و همکاران در سال ۲۰۱۴ به بررسی هایی پرداختند تا روش عددی جدیدی برای جریان های کم عمق یک بعدی با چگالی متغیر بر روی بسترهای فرسایش پذیر و فرسایش ناپذیر ناهموار ارائه دهند. نتیجه تحقیق

توسعه مدل عددی

روش حجم محدود

برای حل معادلات آب‌های کم عمق دوبعدی ارائه شده یک شبکه با سازمان چهارضلعی در نظر گرفته شده است. با گسسته سازی مکانی به روش حجم محدود و در نظر گرفتن یک حجم کنترل در فضای دوبعدی با مساحت $\Delta x \times \Delta y$ مطابق با شکل (۱) رابطه حجم محدود به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} [F_{i+\frac{1}{2},j} - F_{i-\frac{1}{2},j}] - \frac{\Delta t}{\Delta y} [G_{i,j+\frac{1}{2}} - G_{i,j-\frac{1}{2}}] \quad (5)$$



شکل (۱): حجم کنترل کارتزین $I_{i,j}$ در فضای دوبعدی x - y (Toro E.F, 1999).

برای رابطه فوق بردارهای نرمال به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$n^1 = [0 \text{ و } 1] \quad n^2 = [1 \text{ و } 0] \quad n^3 = [0 \text{ و } -1] \quad n^4 = [-1 \text{ و } 0] \quad (6)$$

همچنین می‌توان شار عبوری از هر وجه سلول را به صوت زیر تعریف کرد:

$$F_1 = \int_{A_1}^{A_2} (F, G). n^1 dA = -\Delta x \times G_{i,j-\frac{1}{2}}$$

$$F_2 = \int_{A_2}^{A_3} (F, G). n^2 dA = \Delta y \times F_{i+\frac{1}{2},j}$$

$$G(U) = \begin{bmatrix} hv \\ huv \\ hv^2 + \frac{1}{2}gh^2 \\ \frac{q_{sy}}{1-\varepsilon_0} \end{bmatrix} \quad S(U) = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix}$$

u و v مؤلفه‌های سرعت متوسط‌گیری شده در عمق در جهات x و y ، S جمله منبع g شتاب ثقل، Z_b ارتفاع بستر فرسایشی و ε_0 تخلخل بستر می‌باشد. $S(U)$ عبارت منبع است که با توجه به کاربرد معادلات، ممکن است اجزای مختلفی داشته باشد. برخی از این اجزا شامل نیروهای کوریولیس، تنش‌های ناشی از باد، اصطکاک کف و غیره می‌باشند. چنانچه در استخراج معادلات از اثر لزجت صرف نظر نشود، جزء مربوط به اصطکاک کف نیز در $S(U)$ حضور خواهد داشت. در چنین حالتی $S(U)$ به شکل معادله (۲) تعریف می‌شود (Soares-Frazao S, et al. 2010):

$$S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ gh(s_{ox} - s_{fx}) \\ gh(s_{oy} - s_{fy}) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

در روابط ارائه شده h عمق آب، u و v مؤلفه‌های سرعت متوسط‌گیری شده در عمق در جهات x و y ، s_{ox} و s_{oy} شیب بستر در جهت x و y ، q_{sx} و q_{sy} مؤلفه‌های نرخ انتقال رسوب در واحد عرض در جهات x و y ، و s_{fx} و s_{fy} نشان‌دهنده جملات شیب اصطکاکی در راستای x و y می‌باشند. جملات شیب اصطکاکی به وسیله رابطه مانینگ در ادامه محاسبه می‌شوند که در آن n ضریب مانینگ است (Soares-Frazao S, et al. 2010):

$$s_{oy} = -\frac{\partial z}{\partial y} \quad s_{ox} = -\frac{\partial z}{\partial x} \quad (3)$$

$$s_{fy} = \frac{n^2 v \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad s_{fx} = \frac{n^2 u \sqrt{u^2 + v^2}}{h^{4/3}} \quad (4)$$

$$F_{i+\frac{1}{2}}^{hllc} = \begin{cases} F_L & \text{if } 0 \leq S_L \\ F_{*L} & \text{if } S_L \leq 0 \leq S_* \\ F_{*R} & \text{if } S_* \leq 0 \leq S_R \\ F_R & \text{if } 0 \geq S_R \end{cases} \quad (۸)$$

$$S_L = \begin{cases} u_R - 2a_R & \text{if } h_L = 0 \\ u_L - a_L q_L & \text{if } h_L > 0 \end{cases} \quad (۹)$$

$$S_R = \begin{cases} u_L - 2a_L & \text{if } h_R = 0 \\ u_R + a_R q_R & \text{if } h_R > 0 \end{cases} \quad (۱۰)$$

$$a_k = \sqrt{gh_k} \quad (k = L, R) \quad (۱۱)$$

$$h^* > h_k \text{ if } q_k = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\frac{(h^* + h_k) h^*}{h_k^2} \right]} \\ 1 \end{cases} \quad (k = L, R)$$

$$h^* = \frac{h_L u_L - h_R u_R + S^2 h_R - S_1 h_L}{S^2 - S^1} \quad (۱۳)$$

$$s^1 = \min(u_L - \sqrt{gh_L}, \hat{u} - \sqrt{gh}) \quad (۱۴)$$

$$s^2 = \max(u_R + \sqrt{gh_R}, \hat{u} + \sqrt{gh}) \quad (۱۵)$$

$$\hat{h} = \frac{h_L + h_R}{2} \quad (۱۶)$$

$$\hat{u} = \frac{u_L \sqrt{h_L} + u_R \sqrt{h_R}}{\sqrt{h_L} + \sqrt{h_R}} \quad (۱۷)$$

$$(k = L, R) U_{*k} = h_k \left(\frac{S_k - U_k}{S_k - S_*} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ S_* \\ \Psi_k \end{bmatrix} \quad (۱۸)$$

$$F_{*L} = F_L + S_L (U_{*L} - U_L) \quad (۱۹)$$

$$F_{*R} = F_R + S_R (U_{*R} - U_R) \quad (۲۰)$$

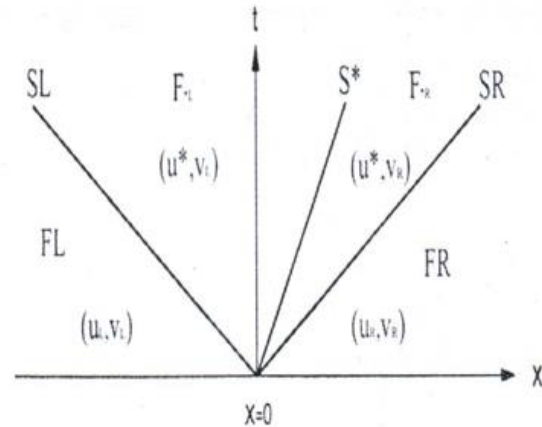
$$S_* = \frac{S_L h_R (u_R - S_R) - S_R h_L (u_L - S_L)}{h_R (u_R - S_R) - h_L (u_L - S_L)} \quad (۲۱)$$

$$F_3 = \int_{A_3}^{A_4} (F, G) \cdot n^3 dA = \Delta x \times G_{i,j+\frac{1}{2}}$$

$$F_4 = \int_{A_4}^{A_1} (F, G) \cdot n^4 dA = -\Delta y \times F_{i-\frac{1}{2},j} \quad (۷)$$

روش HLLE

برای برطرف کردن نواقصی که در روش HLL وجود داشت از جمله در نظر نگرفتن موج میانی، روش تقریبی حل کننده ریمان HLLC توسط Toro و همکارانش گسترش داده شد. درواقع در این روش موج میانی اضافه شده است و ساختار امواج به سه موج ارتقا یافته است. شکل شماره (۲) ساختار امواج را در روش HLLC به صورت شماتیک نشان می دهد (Toro E.F, 1999) که در روش HLLE فرمول های ارائه شده برای ناحیه ستاره دار مشخص شده در شکل (۲) از ترکیب فرمول های مربوط به روش Reo و HLLC و متوسط گیری عمق و سرعت می باشند که می توان عمق را در این ناحیه دقیق تر محاسبه کرد.



شکل (۲): ساختار امواج در روش HLLC (Toro E.F, 1999)

برای محاسبه شار عبوری در این روش می توان از روابط زیر استفاده کرد:

دوبعدی نتایج مدل ارائه شده با نتایج حاصل از حل دقیق شکست سد در حالت دوبعدی که توسط Benkhaldoun و همکارانش در سال ۲۰۱۳ (Benkhaldoun F, et al. 2013) ارائه شده است مقایسه گردیده است.

شبیه سازی شکست سد در حالت یک بعدی

در این بخش یک آزمون برای یک کانال مستقیم با عرض واحد و مقطع عرضی مستطیلی و بستر کاملاً افقی مورد بررسی قرار می گیرد. حل این آزمون با استفاده از حل کننده های دقیق مسئله ریمان توسط Toro انجام شده است. در این آزمون طول کانال ۵۰ متر، عرض کانال واحد و همچنین $\Delta x = 0.1(m)$ در نظر گرفته شده است. شرایط اولیه این آزمون در جدول ۱ بیان شده است (Toro E. F, 2000).

تست	h_L (m)	u_L (m/s)	h_R (m)	u_R (m/s)	x_0 (m)	t_{out} (s)
۱	۱/۰	۲/۵	۱/۰	۰/۰	۱/۰	۱/۰

جدول (۱): شرایط اولیه آزمون ها (Toro E. F, 1999)

در جدول (۱)، h نشان دهنده ارتفاع سطح آب، u سرعت در جهت کانال، x_0 موقعیت قرار گرفتن دریچه و t_{out} زمان خروجی نتایج می باشد. L و R نیز معرف سمت چپ و راست موقعیت دریچه می باشد. در مدل حاضر مدل سازی فلاکس از روش HLLE استفاده شده است، که ی از روش های تقریبی حل مسئله ریمان می باشد. در ادامه نتایج آزمون با استفاده از روش های تقریبی حل مسئله ریمان HLLE در مقایسه با نتایج Toro آورده شده است. از دیگر ویژگی ها مهم این آزمون بحرانی بودن موج پیوسته سمت چپ می باشد. شکل (۳) نتایج مدل حاضر برای عمق آب و شکل (۴) نتایج مدل برای سرعت در مقایسه با نتایج به دست آمده از حل دقیق را نشان می دهد. همان گونه که مشاهده می شود مدل حاضر با دقت مناسبی عمق و سرعت جریان را مدل کرده است. نتایج مدل حاضر نشان می دهد که مدل حاضر قابلیت پیش بینی صحیح سرعت انتشار موج، قدرت موج و ارتفاع موج را دارد و در نزدیکی ناپیوستگی، نوسانات مشاهده نمی شود.

در روابط فوق $F_R = F(U_R)$ و $F_L = F(U_L)$ و U_L و U_R ه ترتیب متغیرهای چپ و راست طرفین سطح بین سلولی در مسئله ریمان هستند. F_{*R} و F_{*L} شارهای عددی طرف چپ و راست موج میانی و S_L ، S_* و S_R به ترتیب سرعت های انتشار امواج چپ، میانی و راست، a سرعت موج سطحی، $\hat{u}$ سرعت متوسط گیری شده در روش Reo و $\hat{h}$ عمق متوسط گیری شده در روش Reo می باشند.

شرایط مرزی

یکی از ملزومات اصلی حل عددی معادلات آب های کم عمق، شناخت شرایط مرزی در بالادست، پایین دست و یا در صورت نیاز، مرزهای داخلی می باشد. دو گروه از شرایط مرزی را می توان بدون در نظر گرفتن رژیم جریان بکار برد. این شرایط شامل مرز باز یا انتقال دهنده و مرز بسته یا انعکاسی می باشند (Toro E. F, 2000) شرایط مرزی انتقال دهنده با رابطه (۲۲) و شرایط مرزی انعکاسی با رابطه (۲۳) تعریف می شوند (Toro E. F, 2000).

$$\begin{cases} h_0^m = h_1^m & h_{n+1}^m = h_n^m \\ u_0^m = u_1^m & u_{n+1}^m = u_n^m \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} h_0^m = h_1^m & h_{n+1}^m = h_n^m \\ u_0^m = -u_1^m & u_{n+1}^m = -u_n^m \end{cases} \quad (23)$$

اندیس های ۰ و $n+1$ معرف سلول های فرضی ابتدا و انتهای ناحیه محاسباتی و m گام زمانی می باشند، این سلول ها خارج از محدوده محاسباتی هستند و سلول های مرزی ناحیه محاسباتی ۱ و n می باشند.

ارزیابی مدل عددی

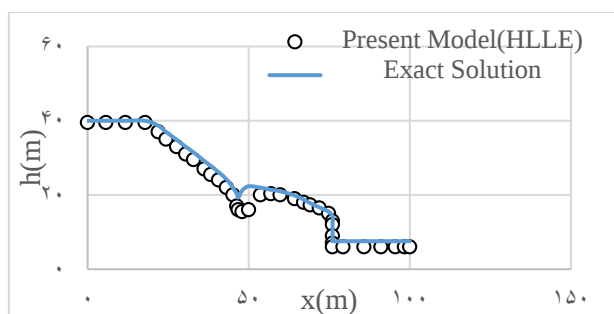
برای بررسی کارایی مدل جهت توانایی در شبیه سازی در ابتدا معادلات جهت مدل سازی جریان یک بعدی ناشی از شکست سد با بستر ثابت بکار برده شده و سپس در حالت دوبعدی مسئله شکست سد با بستر متحرک بررسی می شوند. در حالت یک بعدی شبیه سازی مدل حاضر با یک آزمون مقایسه می گردد. در حالت

آزمون شامل ε_0 تخلخل نسبی رسوبات بستر کانال ($\varepsilon_0 = 0.4$)،
 ρ نسبت چگالی ذرات رسوب به چگالی آب ($\rho = 2.65$)، Δx
 اندازه مش در جهت محور x ($\Delta x = 100$ m)، Δy اندازه مش در
 جهت محور y ($\Delta y = 100$ m) می باشد.

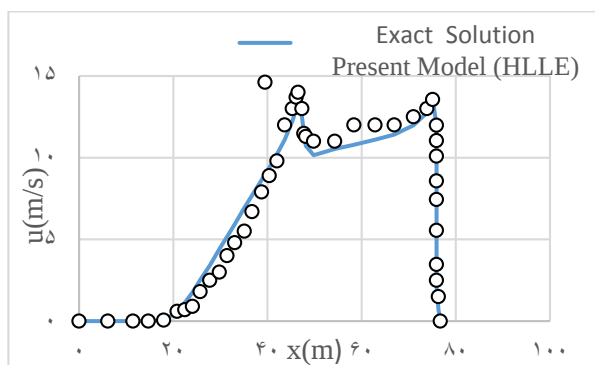
اطلاعات مربوط به شرایط اولیه این آزمون در جدول (۲)
 ذکر شده است (Benkhaloud F, et al. 2013)

h_L (m)	u_L (m/s)	Z_b L (m)	v_L (m/ s)	h_R (m)	u_R (m/s)	Z_{bR} (m)	v_R (m/ s)
40	0	0	0	2	0	0	0

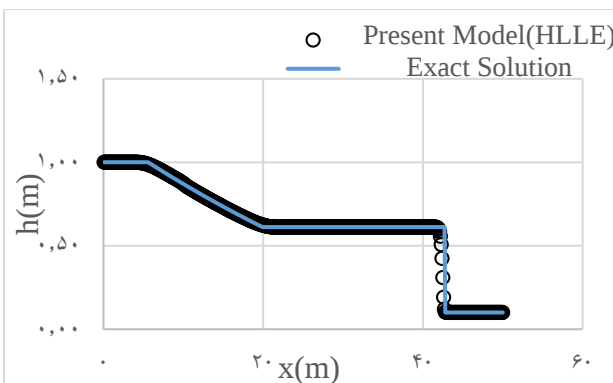
جدول (۲): شرایط اولیه جریان و رسوب (Benkhaloud F, et al. 2013).



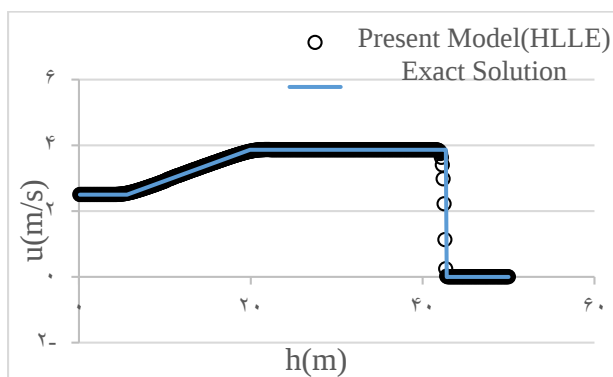
شکل (۵): مقایسه نتایج حاصل از حل دقیق با مدل موجود برای تغییرات سطح آب



شکل (۶): مقایسه نتایج حاصل از حل دقیق با مدل موجود برای تغییرات سرعت



شکل (۳): مقایسه نتایج مدل حاضر برای پروفیل سطح آب با
 نتایج ارائه شده Toro

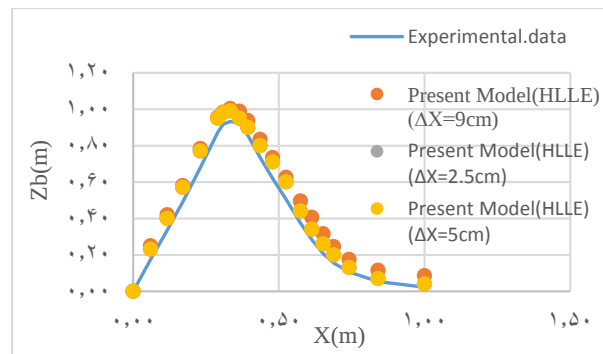


شکل (۴): مقایسه نتایج مدل حاضر برای سرعت جریان با
 نتایج ارائه شده Toro

شبیه سازی شکست سد در حالت دوبعدی

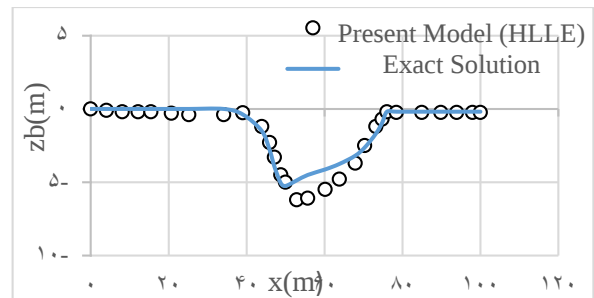
به منظور ارزیابی مدل عددی در حالت دوبعدی از یک آزمون که حل تحلیلی آن توسط Benkhaloud و همکاران در سال ۲۰۱۳ ارائه شده است، استفاده شده است. در همین راستا برای مدل دوبعدی، یک کانال مستقیم با مقطع مستطیلی به طول ۵۰۰۰ متر و عرض ۲۰۰۰ متر که محل قرارگیری سد در وسط کانال است؛ و بستر اولیه کانال افقی و شامل رسوبات غیرچسبنده با دانه بندی یکنواخت فرض شده است. قطر دانه های رسوب در آزمون برابر ۸ میلی متر می باشد. برای نشان دادن نقش تحرک بستر و اندازه دانه های رسوب بر مشخصات هیدرولیکی جریان، در مورد ضریب زبری مانینگ بستر کانال برابر ۰/۳۰، به صورت پیش فرض انتخاب شده است (Benkhaloud F, et al. 2013). این آزمون در مدت زمان ۱ دقیقه اجرا شده است. سایر پارامترهای مورد استفاده در این

مش میزان خطای مدل زیاد می شود اما با ریز کردن میزان مش مدل سازی تغییر چندانی ندارد، اما مدت زمان اجرای مدل طولانی تر می شود، بنابراین با توجه به نتایج می توان گفت که با در نظر گرفتن اندازه مش ۵ سانتیمتر، دقت مدل قابل قبول می باشد.



شکل (۹): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات ارتفاع بستر با داده های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۲/۸ ثانیه با در نظر گرفتن اندازه مش ۲,۵ سانتیمتر، ۵ سانتیمتر و ۹ سانتیمتر

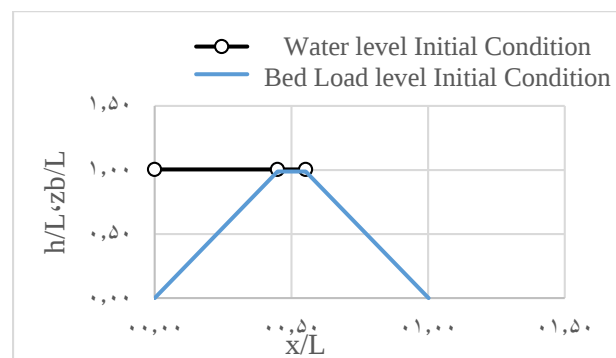
در شکل های (۱۰) تا (۱۹) نتایج مدل حاضر برای پروفیل سطح آزاد جریان و تغییرات بستر در مقایسه با داده های آزمایشگاهی Christian و همکاران برای زمان های مختلف از شروع عبور آب از روی بند خاکی ارائه شده است. شکل های شماره (۱۰) و (۱۱) نتایج حاصل از مدل حاضر را در مقایسه با داده های آزمایشگاهی برای تغییرات ارتفاع سطح آزاد و بستر نشان می دهند که می توان با مقایسه آن ها با شکل (۸) که شرایط اولیه مسئله می باشد، به این نکته اشاره کرد که با گذر ۲,۸ ثانیه از شروع مسئله مقداری از تاج بند فرسایش یافته است و درصدی از شیب پایین دست هم کاهش یافته است.



شکل (۷): مقایسه نتایج حاصل از حل دقیق با مدل موجود برای تغییرات سطح بستر

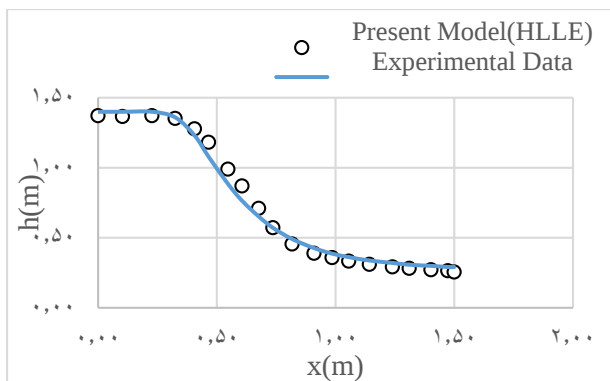
کاربرد مدل عددی

در این قسمت مدل سازی شکست یک بند خاکی بدون فرسایش جانبی، به علت عبور جریان از روی تاج بند که به صورت آزمایشگاهی توسط Christian و همکاران ارائه شده است انجام می شود. بند مورد بررسی دارای بستر افقی با طول ۰/۹، عرض ۰/۲، ارتفاع ۰/۲ متر و عرض تاج ۰/۲ متر و شیب ۱:۲ می باشد. خاک ریز از شن و ماسه غیر چسبنده با قطر ۲ میلی متر و تخلخل ۰/۴ ساخته شده است. دبی جریان ورودی ۱۳ لیتر بر ثانیه و چگالی ذرات رسوب ۲۶۵۰ کیلوگرم بر مترمکعب می باشد. شکل (۸) شرایط اولیه بند خاکی را برای ارتفاع آب و رسوب نشان می دهد (Christian V, et al. 2012)

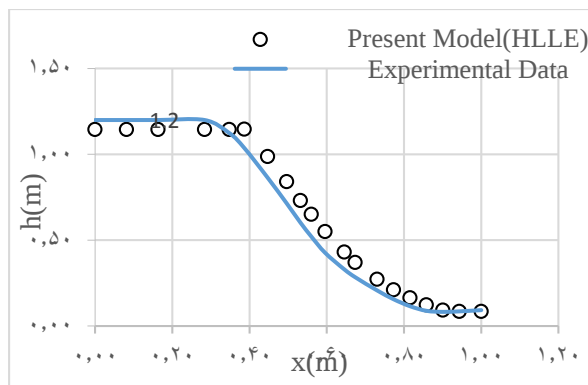


شکل (۸): شرایط اولیه ارتفاع آب و رسوب (Christian V, et al. 2012)

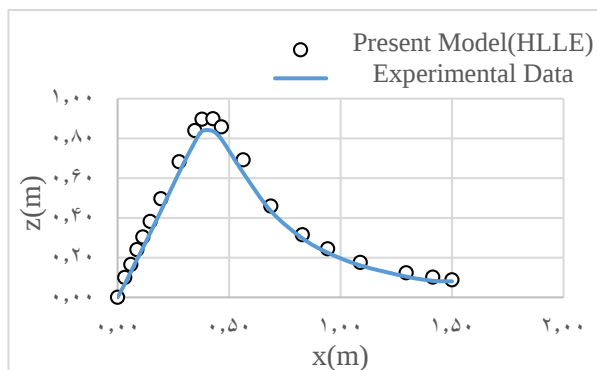
در مدل حاضر اندازه مش بندی شبکه ۵ سانتیمتر در نظر گرفته شده است که نتایج مدل در شکل های (۱۰) تا (۱۹) نشان داده شده است. برای انجام آنالیز حساسیت مدل، میزان تغییرات بستر در ۲,۸ ثانیه با اندازه مش بندی ۲,۵ سانتیمتر و ۹ سانتیمتر مدل سازی شده است که نتایج آن در شکل (۹) ارائه شده است. همان گونه که در شکل مشاهده می شود با بزرگ کردن اندازه



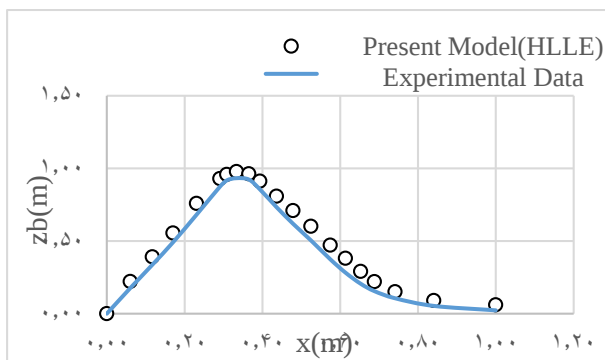
شکل (۱۲): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات سطح آزاد جریان با داده های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۵/۶ ثانیه



شکل (۱۰): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات سطح آزاد جریان با داده های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۲/۸ ثانیه



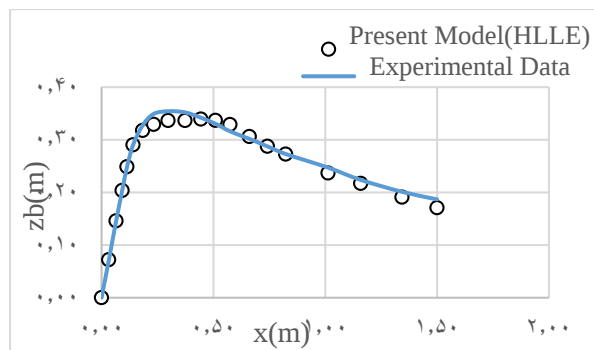
شکل (۱۳): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات ارتفاع بستر با داده های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۵/۶ ثانیه



شکل (۱۱): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات ارتفاع بستر با داده های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۲/۸ ثانیه

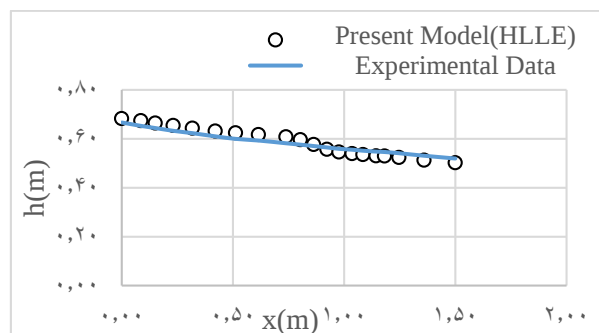
شکل (۱۴) و (۱۵) نتایج مدل حاضر را در مقایسه با داده های آزمایشگاهی موجود برای مدت زمان ۸،۵ ثانیه پس از شروع روگذری از بند خاکی و شکل های (۱۶) و (۱۷) این مقایسه را برای مدت زمان ۲۸،۳ ثانیه پس از شروع روگذری از بند خاکی را برای پروفیل سطح آب و تغییرات بستر نشان می دهد. با در نظر گرفتن این شکل ها می توان به این نتیجه رسید که بعد از گذشت مدت زمانی، سرعت نرخ فرسایش کم شده و سطح خاکریز در حال متعادل شدن است.

شکل (۱۲) و (۱۳) نتایج مدل حاضر را در مقایسه با داده های آزمایشگاهی موجود برای زمان ۵،۶ ثانیه برای پروفیل سطح آب و تغییرات بستر نشان می دهد. همان طور که در شکل های (۱۲) و (۱۳) مشاهده می شود با ادامه روند عبور آب از روی تاج بند خاکی، در مقایسه با شروع این فرآیند میزان فرسایش تاج بند افزایش یافته است و شیب پایین دست هم به میزان بیشتری کاهش یافته است. مدل عددی حاضر، نتایج قابل قبولی در مقایسه با داده های آزمایشگاهی را ارائه می دهد.

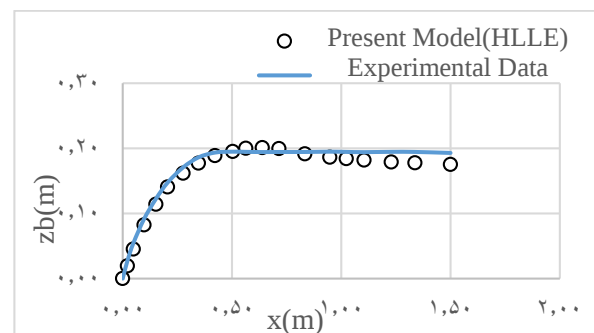


شکل (۱۷): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات ارتفاع بستر با داده‌های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۲۸/۳ ثانیه

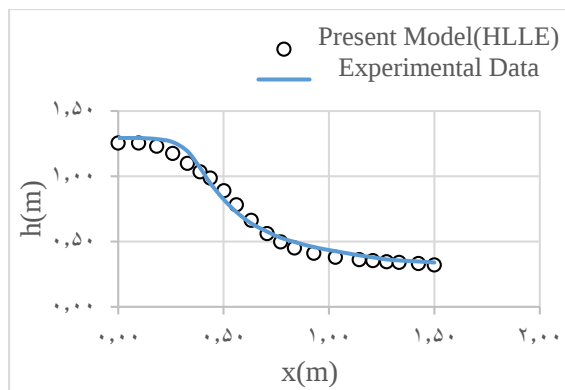
شکل‌های (۱۸) و (۱۹) عبور کامل جریان بعد از گذر ۱۴۱ ثانیه از شروع روگذری را نشان می‌دهد که بر اساس نتایج ارائه شده در این شکل‌ها می‌توان گفت با عبور کامل جریان از روی بند در ثانیه ۱۴۱ تاج بند کامل فرسایش یافته و شیب قسمت پایین دست نیز از بین می‌رود و حالت صاف و مسطح پیدا می‌کند و سطح خاکریز در حال متعادل شدن می‌باشد.



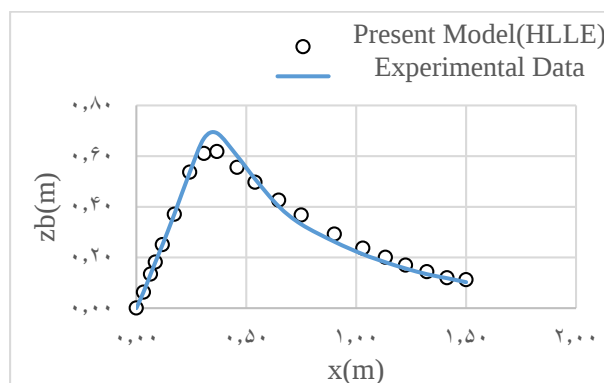
شکل (۱۸): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات سطح آزاد جریان با داده‌های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۱۴۱ ثانیه



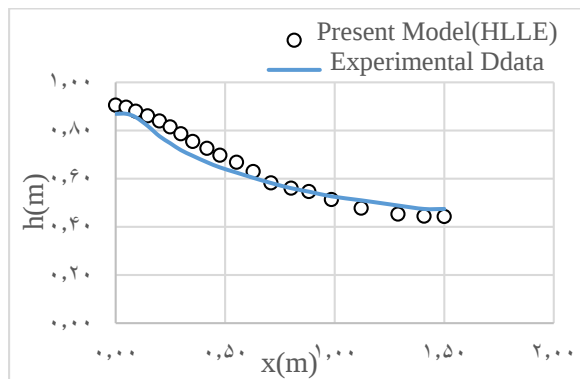
شکل (۱۹): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات ارتفاع بستر با داده‌های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۱۴۱ ثانیه



شکل (۱۴): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات سطح آزاد جریان با داده‌های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۸/۵ ثانیه



شکل (۱۵): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات ارتفاع بستر با داده‌های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۸/۵ ثانیه



شکل (۱۶): مقایسه نتایج حاصل از مدل حاضر برای تغییرات سطح آزاد جریان با داده‌های آزمایشگاهی Christian و همکاران در سال ۲۰۱۳ در زمان ۲۸/۳ ثانیه

جدول (۳): محاسبه خطا تغییرات سطح آزاد جریان

میانگین مربعات خط ۱ (متر)	متوسط خطای نسبی (درصد)	حداکثر خطای نسبی (درصد)	
0/059	۰/۱۵	۲۸/۷۹	S=۲/۸t
۰/۰۴	۰/۱۳	۲۸/۶۴	S=۵/۶t
۰/۰۲۷	۰/۰۵۲	۱۱/۲۱	S=۸/۵t
0/009	۰/۰۲	۸/۵۲	S=۲۸/۳t
۰/۰۰۹۶	۰/۰۶۶	۲۹/۱۲	S=۱۴۱/۰t

جدول (۴): محاسبه خطا تغییرات ارتفاع بستر

همان گونه که مشاهده می شود حداکثر خطای نسبی در محاسبه سطح آزاد ۲۷/۹۶ درصد، متوسط خطای نسبی ۰/۷۴ درصد و میانگین مربعات خطا ۰/۰۴۶ درصد می باشد. همچنین برای تغییرات ارتفاع بستر حداکثر خطای نسبی ۲۸/۷۹ درصد، متوسط خطای نسبی ۰/۱۵ درصد و میانگین مربعات خطا ۰/۰۵۹ درصد می باشد.

بحث و نتیجه گیری

در این تحقیق مدل دوبعدی جریان روی بستر متحرک برای مدل سازی جریان روگذری از بند خاکی توسعه داده شده است. ساختار خاکریز موردنظر همگن با مصالح غیر چسبنده است. برای شبیه سازی جریان معادلات آب های کم عمق دوبعدی مورد استفاده قرار گرفت. در مدل حاضر شبکه بندی با سازمان و روش اولیری استفاده شده است. از حل کننده تقریبی ریمان HLLE که دارای دقت مرتبه اول می باشد، برای تعیین شارهای عبوری بین سلول ها استفاده شده است. فرسایش سطح با معادلات دوبعدی در ترکیب با فرمول های تجربی برای انتقال رسوب مدل شده است. در این تحقیق ابتدا همراه با عبور جریان

بر طبق داده های به دست آمده از مدل حاضر که در شکل های (۱۰) تا (۱۹) ارائه شد می توان گفت خطاها بیشتر شامل افزایش سطح آب در طول مراحل اولیه و انحراف سطح آب در طول تاج بند است که ممکن است به علت نادیده گرفتن شتاب عمودی در معادلات باشد.

بررسی خطای مدل

برای محاسبه خطای نتایج مدل حاضر از خطای نسبی، متوسط خطای نسبی و ریشه میانگین مربعات خطا^۴ استفاده می شود:

$$(E) = \frac{|\text{مقدار مشاهده ای} - \text{مقدار محاسباتی}|}{\text{مقدار مشاهده ای}} * 100 \quad (24)$$

$$\text{متوسط خطای نسبی} = \frac{\sum_{i=1}^n E}{n} \quad (25)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_{obs} - X_{model})^2}{n}} \quad (26)$$

E نشان دهنده مقدار خطای نسبی در هر نقطه، X_{obs} مقدار آزمایشگاهی کمیت موردنظر، X_{model} مقدار به دست آمده از مدل موجود را و n تعداد نقاط مورد بررسی را نشان می دهد. در جداول (۳) و (۴) میزان خطاهای ذکر شده برای تغییرات سطح آزاد جریان و تغییرات مربوط به ارتفاع بستر مشخص شده است.

میانگین مربعات خطا (متر)	متوسط خطای نسبی (درصد)	حداکثر خطای نسبی (درصد)	
۰/۰۶	۰/۱۲	۲۷/۹۶	S=۲/۸t
۰/۰۵	۰/۷۴	۱۳/۸۲	S=۵/۶t
۰/۰۴۶	۰/۰۶	۱۱/۱۱	S=۸/۵t
۰/۰۴۱	۰/۰۵۴	۹/۳۹	S=۲۸/۳t
۰/۰۱۸	۰/۰۳	۴/۵۰	S=۱۴۱/۰t

10. Benkhaldoun F, Elmahi I. Sari S. Seaid M. "An Unstructured Finite-Volume Method For Coupled Models Of Suspended Sediment and Bed load Transport In Shallow-Water Flows". International journal For Numerical Methods In Fluids; 72, 967-993, 2013.
11. Sheng, Jianzhong, Yi Liu, Lixiang. "A Finite Volume Method for Modeling Shallow Flows with Wet-Dry Fronts On Adaptive Cartesian Grids", 2014.
12. Cozzolino, L. Cimorelli, C. Covelli, R. D. Morte and D. "Pianese Novel Numerical Approach For 1D Variable Density Shallow Flow Over Uneven Rigid and Erodible Beds". Journal of Hydraulic Engineering, Vol 140, No 3. 2014
13. [A. Asghari Tabrizi](#), [E. Elalfy](#), [M. Elkholy](#), [M. Hanif Chaudhry](#) and [J. Imran](#). "Effects Of Compaction On Embankment Breach Due To Overtopping". [Journal Of Hydraulic Research](#). 236-247, 2016

از روی تاج بند مقداری از تاج بند فرسایش یافته و از شیب پایین دست نیز کاسته می شود. باگذشت زمان میزان جریان عبوری از روی بند افزایش می یابد که باعث می شود فرسایش تاج بند نیز افزایش یابد و درنهایت با عبور کامل جریان از روی بند در ثانیه ۱۴۱ تاج بند کامل فرسایش یافته و شیب قسمت پایین دست نیز از بین می رود و حالت صاف و مسطح پیدا می کند و سطح خاکریز در حال متعادل شدن می باشد. پس از محاسبه درصد خطاها مشخص شد که مدل حاضر قادر به شبیه سازی جریان عبوری از روی بند خاکی و تغییرات بستر با دقت مناسبی می باشد.

مراجع

1. Christian V, Patric R, David V and Roland F, "Numerical Modelling Of Noncohesive Embankment Breach With The Dual-Mesh Approach " J Hydraulic Research, 50(6), 587-59, 2012.
2. Meyer-Peter, E, Müller, R." Formulas For Bed-Load " Proc. 2nd IAHR Congress, Stockholm Appendix 2 Transport, 39-64, 1948.
3. Harten A, Lax P.D. and Van Leer B, " Upstream Differencing and Godunov-Type Schemes For Hyperbolic Conservation Laws, Siam Review", 25, (1), 35-61, 1983.
4. B. Einfeldt, "Godunov – Type Methods Near Low Densities". Journal of computational physics, 273-295, 1991.
5. Soares-Fraza S. Zech Y. HLLC Scheme With Novel Wave-Speed Estimators Appropriate For Two-Dimensional Shallow Water Flow On Erodible Bed. International Journal for Numerical Methods in Fluids; 66 (8), 1019-1036, 2010
6. Toro E.F, "Riemann Solvers and Numerical Methods For Fluid Dynamics, A Practical Introduction, Springer", New York, 2th Ed, 1999.
7. Toro E. F, "Shock-Capturing Methods For Free-Surface Shallow Water", Wiley, New York, 2000.
8. Kassem, A.A, Chaudhry, M.H. "Comparison Of Coupled and Semicoupled Numerical Models For Alluvial Channels". J. Hydraulic Eng. 124(8), 794-802, 1998.
9. A. T Delis, C. P. Skeels and S. C. "Evaluation Of Some Approximate Riman Solver For Transient Open Channel Flow". J. of Hydraulic Res 38(3). 217-231, 2010.

Two-dimensional modeling of overtopping flow on embankments

Zohre Aghamolaei¹

Mahnaz Ghaeini-Hessaroeeyeh^{2*}

Abstract

Most of the flows in the nature are made over mobile beds. Study of the flow characteristics over mobile bed is one of the major problems in civil engineering. This research investigates the noncohesive embankment breach by two-dimensional numerical simulation. The governing equations of the present model are the shallow water and Exner equations. The finite volume method is used to discretization of equations. The mesh is structured. Fluxes at the control volume interfaces are computed by using the first order HLLE approximately Riemann solver. Numerical investigation for two-dimensional situation has been carried out and the present model results have been compared with experimental data. The results show that the present model is capable of simulating complex waves and the present model can be used for flow modeling over mobile bed.

Keywords:

mobile beds, finite volume method, shallow-water equation, HLLE approximately Riemann solver

¹ M.Sc. Graduate, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman.

^{2*} Associate Professor, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Shahid Bahonar University of Kerman, Corresponding Author, Email:mghaeini@.uk.ac.ir