

بررسی آزمایشگاهی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای قوسی

یوسف سنگ سفیدی^۱

مسعود قدسیان^{۲*}

مجتبی مهرآیین^۳

چکیده

یکی از راه‌های افزایش ظرفیت آبگذری سرریزها، استفاده از سرریزهای کنگره‌ای است که از طریق افزایش طول تاج در یک عرض مشخص، دبی بیشتری را بازای بار هیدرولیکی یکسان از خود عبور می‌دهند. قوسی کردن سرریز کنگره‌ای می‌تواند افزایش کارایی آن را در مقایسه با سرریز کنگره‌ای خطی در پی داشته باشد، چراکه این امر موجب افزایش مضاعف طول تاج و نیز بهبود جهت‌گیری سیکل‌های سرریز نسبت به جریان ورودی می‌گردد. این تحقیق به بررسی آزمایشگاهی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای قوسی می‌پردازد. ضریب آبگذری این سرریزها بعنوان تابعی از نسبت بار هیدرولیکی به ارتفاع تاج سرریز (H_o/P) ، زاویه دیوار جانبی سرریز با راستای اصلی جریان در پایین‌دست (α) و زاویه انحنا سرریز (θ) ارائه شده است. تأثیر پارامترهای مورد اشاره بر روی کارایی سرریزهای مورد مطالعه نیز بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهد که قوسی کردن سرریز کنگره‌ای می‌تواند کارایی آن را تا حدود ۵۰ درصد بهبود بخشد. همچنین استفاده از سرریز کنگره‌ای قوسی می‌تواند ظرفیت آبگذری را تا حدود ۴/۵ برابر یک سرریز خطی افزایش دهد. این در حالی است که با افزایش بار هیدرولیکی مزایای استفاده از این سرریزها نزول می‌یابد. در انتها، بر اساس محدودیت‌های تحقیق حاضر روشی برای طراحی سرریزهای مورد مطالعه پیشنهاد شده است.

واژه‌های کلیدی

سرریز، دبی، ضریب آبگذری، بار هیدرولیکی، سرریز کنگره‌ای قوسی.

۱. دانشجوی دکتری سازه‌های هیدرولیکی، دانشکده عمران و محیط زیست، دانشگاه تربیت مدرس.

۲. استاد هیدرولیک، دانشکده عمران و محیط زیست و پژوهشکده آب، دانشگاه تربیت مدرس، ghods@modares.ac.ir.

۳. استادیار هیدرولیک، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه خوارزمی.

مقدمه

سرریزها نقش تعیین کننده‌ای در ایمنی سدها دارند، بگونه‌ای که تقریباً شکست ۳۰ درصد سدها بدلیل ناکافی بودن ظرفیت تخلیه سرریز آنها بوده است (اشلاپس^۱، ۲۰۱۱). چنانچه سیل بیشینه محتمل برای سدی بیشتر از سیل طرح اولیه باشد، در این صورت می‌بایست با اقداماتی همچون افزایش حجم ذخیره سد و یا افزایش دبی سرریز و یا ترکیبی از این دو، اصلاحاتی در تاسیسات مربوط به سد انجام داد. استفاده از سرریزهای کنگره‌ای در شرایطی که محل احداث سرریز با محدودیت در عرض و سطح آب در بالادست مواجه باشد، بعنوان یک راه حل مؤثر و اقتصادی مطرح می‌گردد. با استفاده از این سرریزها، افزایش طول تاج سرریز در یک عرض مشخص ممکن می‌گردد؛ بدین ترتیب می‌توان بازای یک بار هیدرولیکی یکسان، دبی بیشتری را از سرریز عبور داد.

سابقه ساخت سرریزهای کنگره ای به سال ۱۹۲۰ می‌رسد. نخستین تحقیقات جدی بر روی سرریزهای کنگره‌ای توسط هی و تیلور^۲ (۱۹۷۰) انجام شد. پس از آن، تلاش‌های متفاوتی برای تبیین رفتار هیدرولیکی این سرریزها انجام و در قالب برخی از این تلاش‌ها، روش‌هایی به منظور طراحی آنها ارائه گردید. جدول (۱) لیستی از مهمترین روش‌های طراحی ارائه شده را نشان می‌دهد که مختص به سرریزهای کنگره‌ای خطی است. در این بین روش پیشنهادی توسط کورکستون و تولیس^۳ (۲۰۱۳) بعلاوه صحت‌سنجی با داده‌های مدل‌های مطالعاتی ۱۳ سد مختلف و حصول متوسط خطای کمتر از ۳ درصد، روش نسبتاً دقیقی جهت طراحی سرریزهای کنگره‌ای خطی محسوب می‌شود. به استثناء روش پیشنهادی توسط ملو^۴ و همکاران (۲۰۰۲)، همه روش‌های طراحی اشاره شده در جدول (۱) مربوط به سرریزهای کنگره‌ای خطی در داخل کانال مستقیم می‌باشند. ملو و همکاران (۲۰۰۲) ضمن ارائه روشی برای طراحی سرریزهای کنگره‌ای خطی قرار گرفته در یک کانال با دیواره‌های همگرا، استفاده از این طرح را بعنوان

راهی برای بهبود جهت‌گیری جریان ورودی به سرریز کنگره‌ای خطی معرفی کردند.

بررسی منابع موجود نشان می‌دهد که علی‌رغم ساخت سرریز سدهای Avon در استرالیا (۱۹۷۱)، Weatherford در آمریکا (۱۹۹۲) و Kizilcapinar در ترکیه (۱۹۹۶) بصورت کنگره‌ای قوسی، مطالعات پیشین عمدتاً محدود به طرح خطی است. از بین معدود تحقیقات صورت گرفته در این خصوص، کورکستون و تولیس (2012a, 2012b) عملکرد سرریزهای کنگره‌ای قوسی قرار گرفته در داخل مخزن را بازای $\alpha = 6^\circ$ مورد بررسی قرار دادند. این محققین ضمن ارائه ضریب آبگذری سرریزهای مورد مطالعه بصورت تابعی از نسبت بار هیدرولیکی به ارتفاع تاج (H_o/P)، نشان دادند که قوسی‌کردن و توسعه سرریز کنگره‌ای به داخل مخزن می‌تواند ضریب آبگذری را تا حدود ۱۱ درصد افزایش دهد. تحقیقات کریستنسن^۵ (۲۰۱۳) نشان می‌دهد که در صورت رعایت تشابه هندسی بین سیکل‌ها، برای مقادیر بزرگتر از ۵، تعداد سیکل‌های سرریز کنگره‌ای قوسی تأثیر قابل توجهی بر ضریب آبگذری نخواهد داشت. سنگ سفیدی^۶ و همکاران (۲۰۱۵) اعلام کردند که در شرایط استغراق موضعی شدید، پایین بردن تراز بستر می‌تواند به بهبود کارایی سرریز کنگره‌ای قوسی منجر گردد. در خصوص تحقیقات بر روی سرریزهای قوسی، کومار^۷ و همکاران (۲۰۱۲، ۲۰۱۳) با انجام تحقیقات بر روی سرریزهای قوسی قرار گرفته در داخل کانال اعلام کردند که ضریب آبگذری این سرریزها کمتر از سرریز خطی است. لیکن افزایش طول تاج ناشی از قوسی کردن سرریز خطی می‌تواند کارایی آن را حدود ۴۰ درصد بهبود بخشد.

⁵ Christensen⁶ Sangsefidi⁷ Kumar¹ Schleiss² Hay and Taylor³ Crookston and Tullis⁴ Melo

- تعیین نحوه تغییرات ضریب آبگذری سرریزهای تحت مطالعه در دامنه وسیعی‌تری از پارامترهای مورد بررسی در مقایسه با تحقیقات پیشین؛
- ارائه رابطه مناسب برای تخمین ضریب آبگذری و متعاقباً ترسیم منحنی‌های کارایی؛
- دستیابی به درکی عمیق‌تر از رفتار سرریزهای مورد مطالعه و ترسیم تصویری واضح‌تر از مزایای و محدودیت‌های آنها؛
- ارائه نتایجی قطعی‌تر، با جامعیت بیشتر و کاربرد مهندسی در طراحی این سرریزها و پیشنهاد روشی مناسب در این خصوص.

آنالیز ابعادی

رابطه دبی - اشل سرریزهای کنگره‌ای قوسی بر اساس معادله (۱) تعیین می‌گردد که در آن Q دبی عبوری از سرریز، C_d ضریب آبگذری، L طول تاج، g شتاب ثقل و H_o بار هیدرولیکی کل در بالادست است.

$$Q = \frac{2}{3} C_d L \sqrt{2gH_o}^{1.5} \quad (۱)$$

پارامترهای مؤثر بر ضریب آبگذری سرریزهای کنگره‌ای قوسی را می‌توان بشکل زیر ارائه نمود:

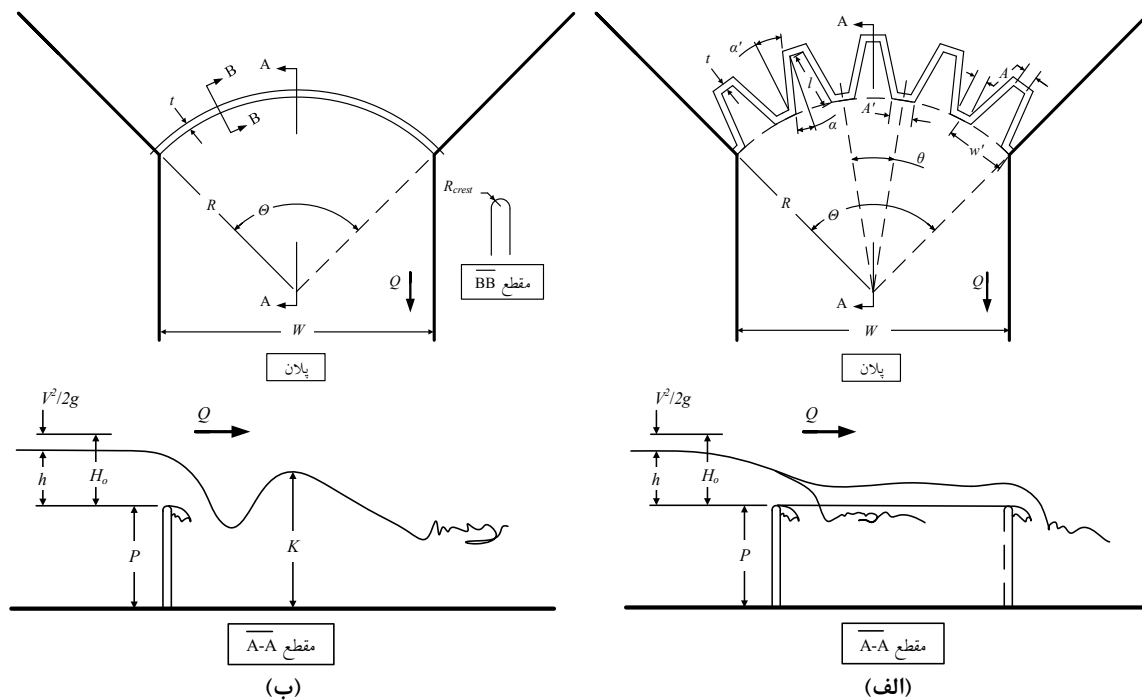
(۲) $C_d = f(H_o, P, \alpha, \Theta, W, N, t, A, S_e, g, \rho, \mu, \sigma)$

که f نماد تابع، P ارتفاع تاج، α زاویه دیوار سرریز با راستای جریان در پایین‌دست، Θ زاویه انحنا سرریز، W عرض کل، N تعداد سیکل، t ضخامت دیواره، A طول وجه داخلی دماغه، S_e فاکتور تعیین‌کننده شکل تاج، ρ جرم مخصوص، μ لزجت دینامیکی و σ ضریب کشش سطحی سیال است. شکل (۱) پارامترهای هندسی و هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای قوسی را نشان می‌دهد. مطابق با این شکل، سرریز قوسی را می‌توان نوع خاصی از سرریز کنگره‌ای قوسی با زاویه دیوار جانبی $\alpha = 90^\circ$ معرفی نمود. روابط بین پارامترهای هندسی این سرریزها در جدول (۲) ارائه شده است.

جدول (۱): مهمترین روش‌های طراحی سرریزهای کنگره‌ای خطی

محقق	شکل سرریز در پلان	شکل تاج
هی و تیلور (۱۹۷۰)	مثلثی، دوزنقه‌ای	لبه‌تیز، نیم‌دایره‌ای
لاکس و هینچلیف (۱۹۸۵)	مثلثی، دوزنقه‌ای	ربع‌دایره‌ای
ماگالاس و لورنا (۱۹۸۹)	دوزنقه‌ای	اوجی
تولیس و همکاران (۱۹۹۵)	دوزنقه‌ای	ربع‌دایره‌ای، نیم‌دایره‌ای
قدسیان و همکاران (۱۳۸۰)	نیم‌دایره‌ای	نیم‌دایره‌ای
ملو و همکاران (۲۰۰۲)	دوزنقه‌ای	ربع‌دایره‌ای
قدسیان (۲۰۰۹)	مثلثی	تخت، لبه‌تیز، نیم‌دایره‌ای، ربع‌دایره‌ای
کومار و همکاران (۲۰۱۱)	مثلثی	لبه‌تیز
خوده و همکاران (۲۰۱۲)	دوزنقه‌ای	ربع‌دایره‌ای
اژدری‌مقدم و جعفری‌ندوشن (۱۳۹۲)	دوزنقه‌ای	نیم‌دایره‌ای
کورکستون و تولیس (۲۰۱۳)	دوزنقه‌ای	نیم‌دایره‌ای، ربع‌دایره‌ای
ساویج و همکاران (۲۰۱۶)	دوزنقه‌ای	ربع‌دایره‌ای

نظر به مزایای سرریزهای کنگره‌ای قوسی نسبت به طرح خطی آن و اینکه تحقیقات در این عرصه در مراحل ابتدایی است، این تحقیق به بررسی آزمایشگاهی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای قوسی قرار گرفته در داخل کانال با دیوارهای همگرا می‌پردازد. در این راستا بررسی اثرات سه پارامتر نسبت بار هیدرولیکی به ارتفاع تاج، زاویه دیوار جانبی و زاویه انحنا سرریز (برابر با زاویه بین دیوارهای کانال هادی) در دستور کار قرار دارد. اهم اهداف نوآورانه تحقیق حاضر عبارتند از:



شکل (۱): پارامترهای هندسی و هیدرولیکی در: الف- سرریز کنگره‌ای قوسی؛ ب- سرریز قوسی

که ϕ دیگر نماد تابع و R و W بترتیب اعداد بدون بعد رینولدز و وبر هستند. چنانچه جریان در محدوده آشفته باشد ($R > 4000$)، که در تحقیق حاضر اینگونه است، می‌توان از اثر نیروی لزجت صرف‌نظر نمود (هندرسون^۱، ۱۹۶۶). از آنجایی که برای داده‌های اندازه‌گیری شده $h > 3$ cm است، لذا می‌توان از اثر کشش سطحی نیز چشم‌پوشی نمود (نواک^۲ و همکاران، ۲۰۱۰؛ اریپکام^۳ و همکاران، ۲۰۱۶). در این تحقیق $w/P = 0.08$ ، $A/t = 2$ ، $d/P = 0.08$ ، $N = 5$ و شکل تاج نیم‌دایره‌ای برای همه سرریزها لحاظ گردید، لذا این پارامترها نیز از معادله (۳) حذف می‌گردند. در نتیجه:

$$C_d = \phi\left(\frac{H_o}{P}, \alpha, \theta\right) \quad (4)$$

در ادامه اثرات پارامترهای فوق بر ضریب آبگذری و کارایی سرریزهای کنگره‌ای قوسی تشریح شده است.

جدول (۲): روابط بین پارامترهای هندسی

$w = \frac{W}{N}$	,	$\theta = \frac{\Theta}{N}$	,	$\alpha' = \alpha + \frac{\theta}{2}$
$R = \frac{W}{2 \sin\left(\frac{\Theta}{2}\right)}$	,	$w' = 2R \left(\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right)$		
$A' = A + 2t \operatorname{tg}\left(45 - \frac{\alpha'}{2}\right)$	,	$l = \frac{R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{A}{2} - \frac{A'}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\sin(\alpha)}$		
$L_{\text{cycle}} = A + A' + 2l$	,	$L = L_{\text{cycle}} \times N$		

لازم به ذکر است که بمنظور یکسان‌سازی مساحت مخزن در سیکل‌های بالادست و در نتیجه یکنواختی مشخصات جریان ورودی به سرریز، در این تحقیق زاویه بین دیوارهای هادی جریان برابر با زاویه انحنا سرریز انتخاب شده است. با استفاده از آنالیز ابعادی، معادله (۲) را می‌توان بصورت زیر بیان نمود:

$$C_d = \phi\left(R, W, \frac{H_o}{P}, \frac{w}{P}, \frac{t}{P}, \frac{A}{t}, N, \alpha, \theta, S_e\right) \quad (3)$$

³ Erpicum

¹ Henderson

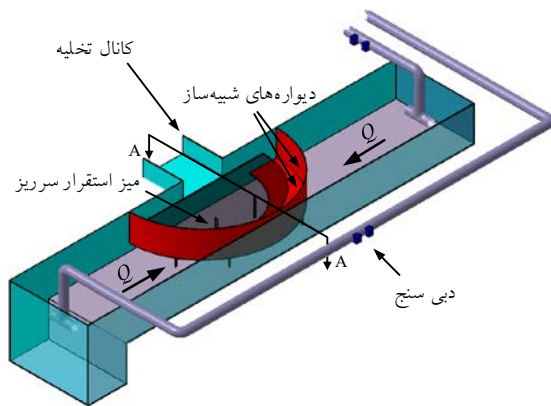
² Novak

تجهیزات آزمایشگاهی

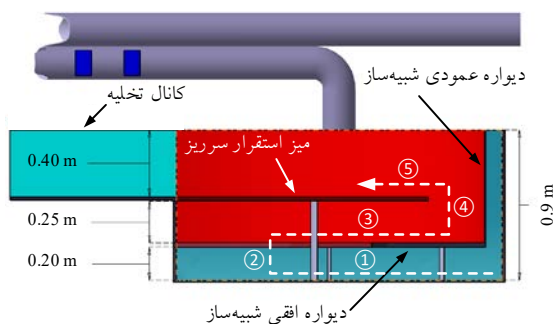
آزمایش‌های تحقیق حاضر، در آزمایشگاه هیدرولیک دانشکده مهندسی عمران و محیط زیست دانشگاه تربیت مدرس و داخل یک فلوم با طول ۱۰ متر، عرض ۲ متر و ارتفاع ۹۰ سانتی‌متر مستقیم انجام شد. جهت شبیه‌سازی شرایط مخزن، شبیه‌ساز مخزن طراحی و پس از ساخت، نسبت به نصب آن در داخل فلوم اقدام گردید. مطابق با شکل (۲)، شبیه‌ساز مخزن در وجه جانبی فلوم آزمایشگاهی قرار گرفته و جریان از دو سمت، توسط دو پمپ با مشخصات یکسان وارد فلوم می‌گردد. مطابق با شکل (۲-ب) جریان ورودی ابتدا از زیر شبیه‌ساز با دیواره‌های قرمز رنگ عبور کرده و از طریق سوراخ نیم‌دایره‌ای واقع در دیواره افقی به آن وارد می‌شود (مسیر ① و ②). پس از حرکت بر روی دیواره افقی (مسیر ③)، جریان از طریق فاصله مابین دیواره عمودی و میز استقرار سرریز (صفحه دودی رنگ) بالا می‌آید (مسیر ④). در نهایت، جریان بر روی میز استقرار حرکت کرده و از طریق کانال تخلیه به پایین دست منتقل می‌گردد (مسیر ⑤). لازم به ذکر است که تمامی صفحات مورد استفاده در شبیه‌ساز (شامل دیواره‌های افقی و عمودی و میز استقرار) در پلان بشکل نیم‌دایره‌ای و فاقد تخلخل می‌باشند.

مطابق با شکل (۳)، جهت ارزیابی توانایی شبیه‌ساز در ایجاد شرایط مخزن، بررسی جریان در سرریز نیم دایره‌ای ($\alpha = 90^\circ$) و ($\theta = 180^\circ$) در دستور کار قرار گرفت.

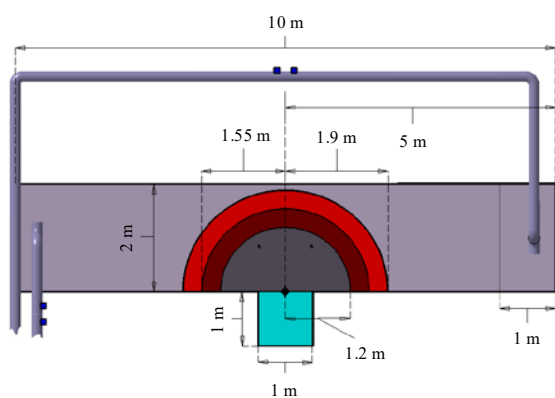
در شکل مورد اشاره، توانایی شبیه‌ساز در آرام ساختن جریان ورودی و ایجاد جریان شعاعی و همه‌جانبه بسمت سرریز به تصویر کشیده شده است. ضمناً اندازه‌گیری عمق جریان بر روی یک نیم‌دایره فرضی در فاصله $4P = 40 \text{ cm}$ بالادست سرریز (اندرسون^۱ و تولیس، ۲۰۱۲)، از یکنواختی جریان (حداکثر ۷ درصد اختلاف بین نقاط مختلف) حکایت داشت. جزئیات بیشتر در خصوص شبیه‌ساز مورد استفاده توسط سنگ سفیدی و همکاران (۱۳۹۴) ارائه شده است.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۲): شمای تجهیزات آزمایشگاهی:

الف- نمای سه بعدی؛ ب- مقطع A-A؛ ج- پلان

در تحقیق حاضر، ۱۳ هندسه مختلف سرریز (در محدوده^۶ $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ و $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$) تحت شرایط هیدرولیکی مختلف ($0.3 \leq H_o/P \leq 0.9$) مورد آزمایش قرار گرفت (مجموعاً تعداد ۱۶۹ آزمایش). جدول (۳) هندسه سرریزهای مورد آزمایش و محدوده تغییرات پارامترهای جریان را نشان می‌دهد.

مدل	α (°)	θ (°)	H_0/P	Q (l/s)	تعداد آزمایش
۱۰	۲۴	۱۶۵	۰/۳۲ - ۰/۸۹	۳۸ - ۱۰۲	۱۶
۱۱	۶	۱۸۰	۰/۳۲ - ۰/۸۹	۶۴ - ۱۱۶	۱۰
۱۲	۱۲	۱۸۰	۰/۳۱ - ۰/۸۹	۵۷ - ۱۲۳	۱۲
۱۳	۹۰	۱۸۰	۰/۳۹ - ۰/۸۷	۲۸ - ۷۴	۱۴

تحلیل نتایج

مشاهدات آزمایشگاهی

آنگونه که پیشتر در شکل (۳) نمایش داده شده بود، همگرایی لایه‌های جریان عبوری از سرریزهای قوسی ($\alpha = 90^\circ$) و ($\theta > 0^\circ$) سبب شکل‌گیری پشته جریان در پایین‌دست می‌گردد. مطابق با شکل (۴)، با افزایش بار هیدرولیکی، بدلیل تشدید برخورد لایه‌های جریان در پایین‌دست سرریز قوسی، ارتفاع پشته جریان (K) افزایش می‌یابد. ضمناً بازای بار هیدرولیکی یکسان، افزایش زاویه انحنای سرریز قوسی، همگرایی بیشتر لایه‌های جریان را در پی داشته که این امر اثر مستقیم بر روی ارتفاع پشته خواهد داشت. لازم به ذکر است که این برآمدگی در سطح جریان بصورت موضعی بوده و در تمامی آزمایش‌ها سرریزها بصورت آزاد عمل می‌کردند.

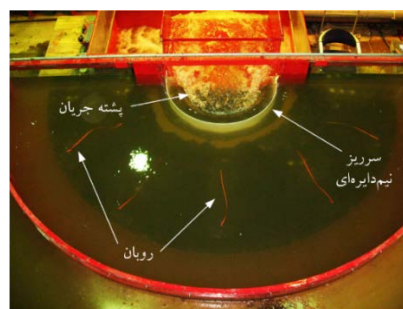
در اثر همگرایی و برخورد لایه‌های جریان عبوری از سرریزهای کنگره‌ای، یک ناحیه تداخل با شروع از رئوس بالادست شکل می‌گیرد. با افزایش بار هیدرولیکی، چنانچه ظرفیت آبگذری سیکل‌های بالادست از ظرفیت آبگذری سیکل‌های پایین‌دست و کانال تخلیه بیشتر گردد، بخشی از سیکل‌های پایین‌دست که در مجاورت با رئوس بالادست هستند، تحت تأثیر تداخل لایه‌های جریان عبوری از سرریز، غوطه‌ور گشته و سطح آب بصورت موضعی از تاج سرریز بالاتر می‌آید. ناحیه استغراق موضعی (کورکستون و تولیس، ۲۰۱۲c) مستقل از شرایط عمق پایاب و متفاوت از استغراق معمول است که در آن سطح پایاب از تراز تاج سرریز بالاتر رفته و سرریز بصورت کامل مستغرق می‌گردد. مطابق با شکل (۵)، با افزایش بارهیدرولیکی، ناحیه استغراق موضعی رشد کرده و موجب می‌گردد که مقطع کنترل سرریز بسمت پایین‌دست حرکت نماید. استغراق موضعی تا جایی که سراسر طول سرریز را در بر گرفته و سرریز بصورت کامل مستغرق گردد، ادامه می‌یابد. شکل (۵) همچنین نشان می‌دهد که با زاویه α و تنگ‌تر شدن مساحت آبگذری بین دیوارهای سرریز، ابعاد ناحیه استغراق

سرریزهای قوسی ($\alpha = 90^\circ$) و کنگره‌ای ($\alpha < 90^\circ$) بترتیب با استفاده از صفحات پلی‌کربنات و پلکسی‌گلاس ساخته شدند. عرض و ارتفاع سرریزها بترتیب $W = 1\text{ m}$ و $P = 0.1\text{ m}$ لحاظ گردید. ضمناً برای سرریزهای کنگره‌ای پلان دوزنقه‌ای، $N = 5$ ، $t = 8\text{ mm}$ و $A = 16\text{ mm}$ در نظر گرفته شد.

اندازه‌گیری دبی (17 - 123 l/s) با استفاده از دبی‌سنج آلتراسونیک با دقت $\pm 0.5\%$ و بصورت میانگین عددی در طول ۵ تا ۷ دقیقه انجام پذیرفت. عمق جریان با استفاده از یک عمق‌سنج دیجیتالی با دقت 0.1 mm تعیین گردید. سرریزها در تمامی آزمایش‌ها، بصورت آزاد عمل کرده و داده‌ها در حالت جریان دائمی جمع‌آوری شدند.



(الف)

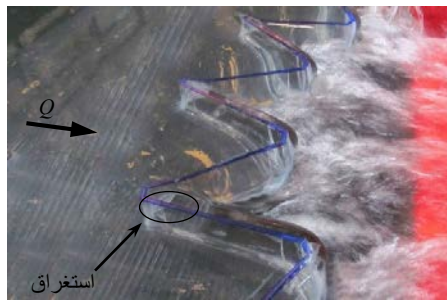


(ب)

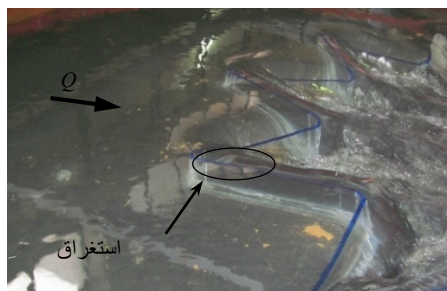
شکل (۳): توانایی شبیه‌ساز در ایجاد شرایط مخزن:
الف- آرام‌سازی جریان ورودی؛ ب- ایجاد جریان شعاعی

جدول (۳): مشخصات سرریزهای مورد آزمایش

مدل	α (°)	θ (°)	H_0/P	Q (l/s)	تعداد آزمایش
۱	۶	۰	۰/۳۲ - ۰/۸۸	۴۴ - ۱۱۱	۱۵
۲	۱۲	۰	۰/۳۲ - ۰/۸۸	۳۶ - ۹۱	۱۴
۳	۹۰	۰	۰/۳۶ - ۰/۸۸	۱۷ - ۵۶	۱۴
۴	۸	۹۰	۰/۳۳ - ۰/۸۸	۵۵ - ۱۱۲	۱۱
۵	۲۴	۹۰	۰/۳۱ - ۰/۸۸	۲۸ - ۸۸	۱۵
۶	۶	۱۳۵	۰/۳۱ - ۰/۸۸	۶۲ - ۱۲۰	۱۲
۷	۱۲	۱۳۵	۰/۳۱ - ۰/۸۵	۵۰ - ۱۱۰	۱۳
۸	۹۰	۱۳۵	۰/۳۹ - ۰/۸۹	۲۳ - ۶۶	۱۲
۹	۸	۱۶۵	۰/۳۰ - ۰/۸۳	۶۰ - ۱۱۱	۱۱

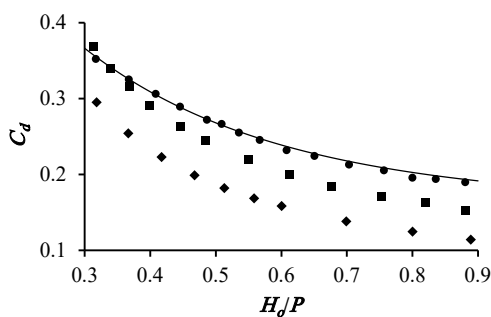


(ج)

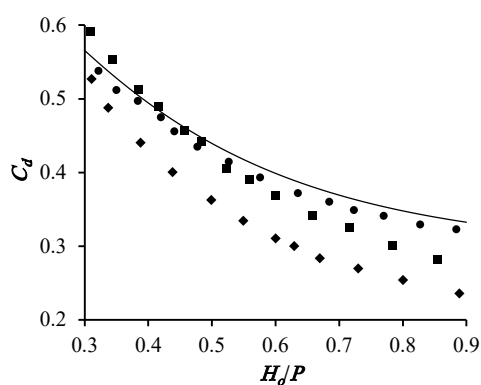


(د)

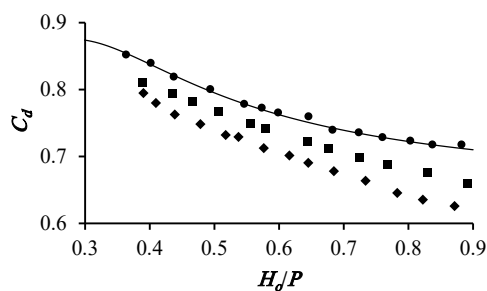
شکل (۵): تغییرات ابعاد ناحیه استغراق موضعی:
 الف- مدل ۴، $H_o/P = 0.25$ ؛ ب- مدل ۴، $H_o/P = 0.45$ ؛
 ج- مدل ۵، $H_o/P = 0.45$ ؛ د- مدل ۱۰، $H_o/P = 0.45$



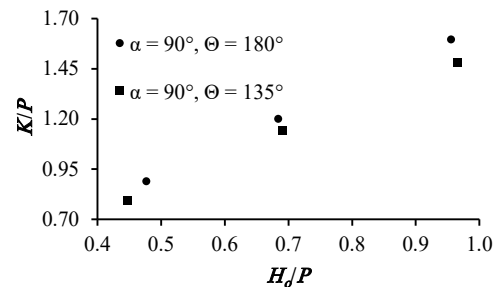
(الف)



(ب)

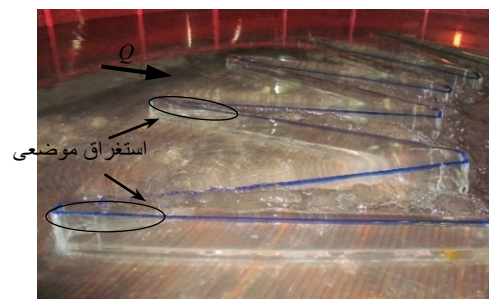


موضعی افزایش می‌یابد. ضمناً افزایش θ و رشد مساحت سیکل‌های بالادست ($\alpha' > \alpha$) سبب تخلیه بیشتر جریان به داخل سیکل‌های پایین‌دست شده که این امر افزایش استغراق موضعی را در پی خواهد داشت.

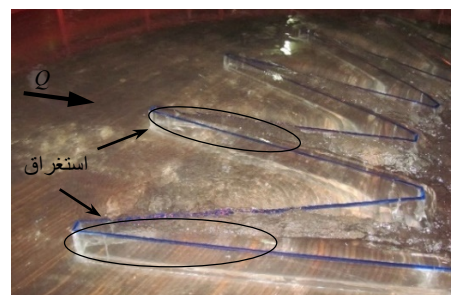

 شکل (۴): تغییرات ارتفاع پشته جریان با H_o/P و θ

ضریب آبگذری

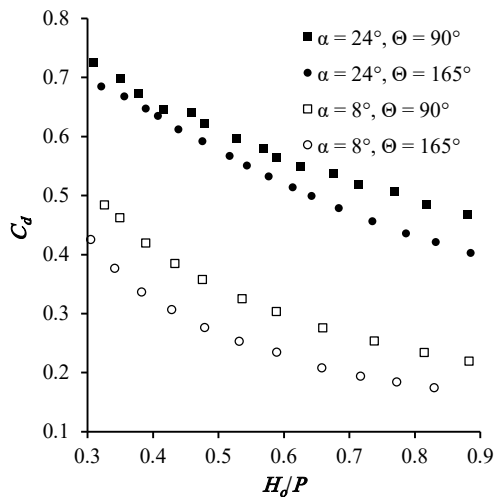
منحنی‌های ضریب آبگذری سرریزهای مورد آزمایش در شکل‌های (۶) و (۷) ارائه شده است. از این شکل‌ها می‌توان دریافت که در محدوده مورد مطالعه ($H_o/P \geq 0.3$), ضریب آبگذری دارای روند نزولی نسبت به بار هیدرولیکی است. در توجیه این عملکرد در سرریزهای کنگره‌ای باید یادآور شد که مطابق با مشاهدات آزمایشگاهی، افزایش بار هیدرولیکی، افزایش تداخل لایه‌های جریان و ابعاد ناحیه استغراق موضعی را در پی داشته که این امر می‌تواند سبب کاهش ضریب آبگذری گردد.



(الف)



(ب)



شکل (۷): منحنی‌های C_d در مقابل H_o/P

پس از بررسی شکل‌های مختلف معادلات، معادله (۵) برای تخمین ضریب آبگذری سرریزهای کنگره‌ای قوسی انتخاب گردید. معادله پیشنهادی یک مدل درجه سه بوده که ترم‌های با درجه اهمیت کم ($p\text{-value} > 0.05$) از آن حذف شده‌اند (امیری^۱ و همکاران، ۲۰۱۲).

$$C_d = T_1 + T_2 + T_3 + T_4 + T_5 + T_6 \quad (۵)$$

$$T_1 = a_1$$

$$T_2 = a_2 \frac{H_o}{P} + a_3 \frac{H_o^2}{P} + a_4 \frac{H_o^3}{P}$$

$$T_3 = a_5 n + a_6 n^2 + a_7 n^3$$

$$T_4 = a_8 \Theta + a_9 \Theta^2$$

$$T_5 = a_{10} \frac{H_o}{P} n + a_{11} \frac{H_o}{P} \Theta + a_{12} n \Theta$$

$$T_6 = a_{13} \frac{H_o}{P} n^2 + a_{14} n \Theta^2$$

در معادله فوق، پارامتر n برابر $n = 90/\alpha$ و متغیرهای α و Θ نیز برحسب درجه می‌باشند. ثابت‌های معادله (a_1 تا a_{14}) با استفاده از روش حداقل مربعات تعیین گردید. بدین ترتیب که حدود ۸۰ درصد داده‌ها برای استخراج معادله و مقدار باقیمانده نیز جهت صحت‌سنجی آن استفاده شد. جدول (۴) مقدار ثابت‌های معادله (۵) را به همراه ضریب تعیین (R^2)، خطای متوسط و خطای حداکثر نشان می‌دهد. مقادیر ۰/۹۹۵، ۲/۲ و ۷ به ترتیب برای ضریب تعیین، درصد خطای متوسط و درصد خطای حداکثر از تطابق خوب معادله ارائه شده با داده‌های اندازه‌گیری شده حکایت دارد.

در توضیح معادله (۵) باید گفت که ترم‌های T_2 ، T_3 و T_4 به ترتیب اثرات اصلی H_o/P ، α و Θ بر C_d را لحاظ می‌کند. اثرات

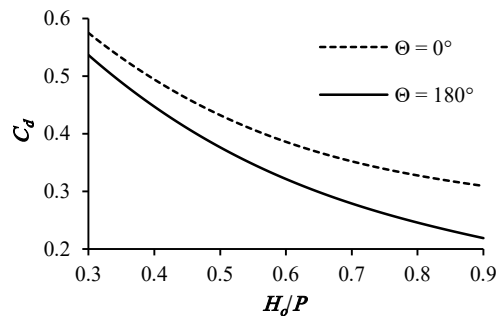
(ج)

شکل (۶): منحنی‌های C_d در مقابل H_o/P [•: $\Theta = 0^\circ$; ■: $\Theta = 135^\circ$; ♦: $\Theta = 180^\circ$; —: $\Theta = 0^\circ$ از کورکستون و تولیس (۲۰۱۳):
الف - $\alpha = 6^\circ$; ب - $\alpha = 12^\circ$; ج - $\alpha = 90^\circ$

در خصوص سرریزهای قوسی نیز باید اشاره کرد که افزایش بار هیدرولیکی سبب تقویت شدت برخورد لایه‌های جریان شده که می‌تواند کاهش ضریب آبگذری را موجب گردد. مطابق با شکل (۶)، در مقادیر پایین H_o/P ، افزایش Θ می‌تواند بهبود جهت‌گیری سیکل‌های سرریز نسبت به جریان ورودی و افزایش ضریب آبگذری را در پی داشته باشد. با توجه به روند داده‌های ارائه شده در شکل (۶-ج) می‌توان این روند را برای سرریزهای قوسی ($\alpha = 90^\circ$) نیز متصور بود. علی‌ال‌حال جهت اثبات این مدعا، انجام آزمایش بازای $H_o/P < 0.3$ (که با توجه به محدودیت تجهیزات آزمایشگاهی میسر نبود) می‌تواند در دستور کار قرار گیرد. از شکل (۶) همچنین می‌توان دریافت که در بارهای هیدرولیکی بالا، زاویه انحنا با ضریب آبگذری رابطه معکوس می‌یابد. در توجیه این رفتار در سرریزهای کنگره‌ای می‌توان گفت که بازای بار هیدرولیکی یکسان، افزایش Θ رشد ابعاد ناحیه استغراق موضعی را در پی خواهد داشت؛ لذا ضریب آبگذری سرریز کاهش می‌یابد. دلیل این رفتار در سرریزهای قوسی می‌تواند برخورد شدیدتر لایه‌های جریان و در نتیجه کاهش سرعت جریان در کانال تخلیه باشد. در شکل (۶) همچنین نتایج تحقیق حاضر با نتایج ارائه شده توسط کورکستون و تولیس (۲۰۱۳) مقایسه شده است که از تطابق خوب نتایج دو تحقیق حکایت دارد.

شکل (۷) حاکی از آن است که بازای مقادیر مختلف H_o/P و Θ ، کاهش زاویه دیوار جانبی سرریز کنگره‌ای باعث کاهش ضریب آبگذری می‌گردد. با کاهش زاویه α ، انحراف دیواره سرریز از حالت عمود بر خطوط جریان بالادست بیشتر شده و شدت برخورد لایه‌های جریان نیز افزایش می‌یابد؛ در نتیجه ضریب آبگذری سرریز کاهش می‌یابد.

منبع	مقدار
a_{12}	$+4/21915 \times 10^{-5}$
a_{13}	$+2/25565 \times 10^{-3}$
a_{14}	$-2/65971 \times 10^{-7}$
ضریب تعیین (R^2)	۰/۹۹۵
خطای متوسط (%)	۲/۲
خطای حداکثر (%)	۷

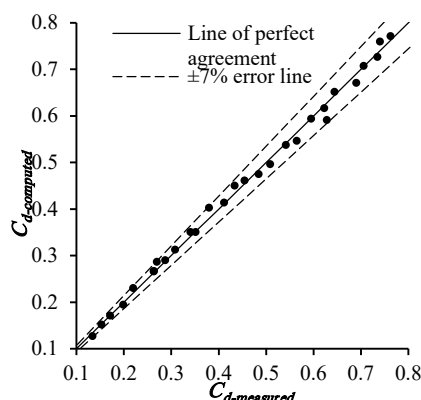


شکل (۸): نمایش اثر متقابل مقابل H_o/P و Θ بر روی C_d
($\alpha = 12^\circ$)

در شکل (۹) مقادیر محاسبه شده ضریب آبگذری از معادله (۵) با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه شده است. بر اساس این شکل می‌توان گفت که معادله پیشنهادی دارای دقت بالایی در تخمین ضریب آبگذری سرریزهای کنگره‌ای قوسی با محدودیت‌های اشاره شده در جدول (۵) است.

جدول (۵): محدودیت‌های معادله (۵)

پارامتر	H_o/P	α (°)	Θ (°)	w/P	t/P	A/t	N	S_o
محدوده	۰/۳ - ۰/۹	۶ - ۹۰	۰ - ۱۸۰	۲	۰/۰۸	۲	$\Delta \geq$	نیم‌دایره‌ای



شکل (۹): مقایسه مقادیر اندازه‌گیری شده و محاسبه شده C_d با استفاده از معادله (۵)

تحقیق حاضر، کارآیی بصورت زیر معرفی و مورد ارزیابی قرار گرفته است (کورکستون و تولیس، ۲۰۱۳):

$$\varepsilon = C_d \times \frac{L}{W} \quad (۶)$$

متقابل این پارامترها بر ضریب آبگذری نیز در ترم T_5 لحاظ شده است. وجود اثر متقابل بین دو متغیر بدین معناست که میزان تغییر تابع هدف در اثر تغییر سطح یک متغیر، بستگی به سطحی دارد که متغیر دیگر در آن قرار دارد. بطور نمونه شکل (۸) نشان می‌دهد که در مقادیر بالاتر Θ ، افت ضریب آبگذری ناشی از افزایش H_o/P ، شدیدتر است. نهایتاً ترم T_6 دارای مفهوم ریاضی بوده که جهت تخمین دقیق‌تر ضریب آبگذری در نظر گرفته شده است.

جدول (۴): ضرایب معادله (۵)

منبع	مقدار
a_1	$+1/35760$
a_2	$-1/60118$
a_3	$+1/56220$
a_4	$-0/52108$
a_5	$-0/07921$
a_6	$+4/60636 \times 10^{-3}$
a_7	$-1/47421 \times 10^{-4}$
a_8	$+4/01885 \times 10^{-4}$
a_9	$-2/37275 \times 10^{-6}$
a_{10}	$-0/031069$
a_{11}	$-4/80545 \times 10^{-4}$

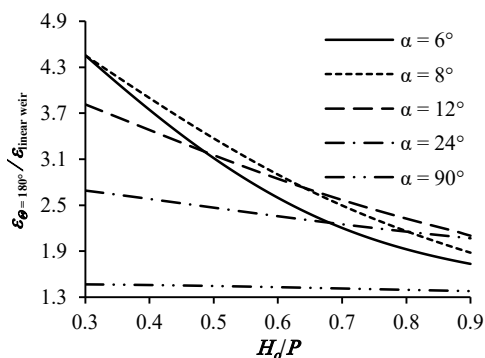
کارآیی

مفهوم کارآیی (ε) به این معنا است که سرریز بتواند بازای بار هیدرولیکی و عرض ثابت دبی بیشتری را از خود عبور دهد. در

برخورد منحنی‌های کارآیی در شکل (۱۰) از تشدید روند نزولی ε در مقادیر بالای θ و مقادیر پایین α (استغراق موضعی شدیدتر) حکایت دارد. در چنین شرایطی، اصلاحاتی همچون پایین بردن تراز بستر پایین دست می‌تواند به افزایش ظرفیت آگذری سیکل‌های پایین دست، کاهش شدت تداخل لایه‌های جریان و نهایتاً بهبود کارآیی سرریز بینجامد (سنگ سفیدی و همکاران، ۲۰۱۵).

شکل (۱۰) همچنین نشان می‌دهد که در سرریزهای کنگره‌ای قوسی، هندسه کارآمد (هندسه دارای بالاترین کارآیی) ثابت نبوده و بسته به مقدار H_o/P تغییر می‌کند؛ بدین ترتیب که با افزایش بار هیدرولیکی، هندسه کارآمد دارای زاویه θ کوچکتر و زاویه α بزرگتر (تقلیل اثرات عوامل کاهنده ضریب آگذری) است.

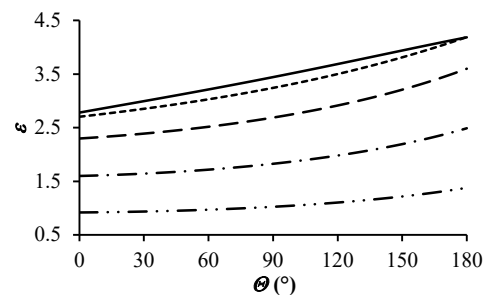
شکل (۱۱) نسبت کارآیی سرریز کنگره‌ای قوسی با $\theta = 180^\circ$ به کارآیی سرریز خطی را نشان می‌دهد. مطابق با این شکل، استفاده از سرریز کنگره‌ای قوسی می‌تواند ظرفیت آگذری را تا حدود ۴/۵ برابر افزایش دهد. مطابق با روند مشاهده شده، این مقدار ممکن است بازای مقادیر $H_o/P < 0.3$ بیشتر نیز باشد. در مقابل، با افزایش H_o/P مزایای استفاده از سرریزهای کنگره‌ای قوسی رو به زوال می‌نهد؛ بگونه‌ای که در $H_o/P = 0.9$ حدکثر کارآیی حدود ۲/۲ برابر یک سرریز خطی است.



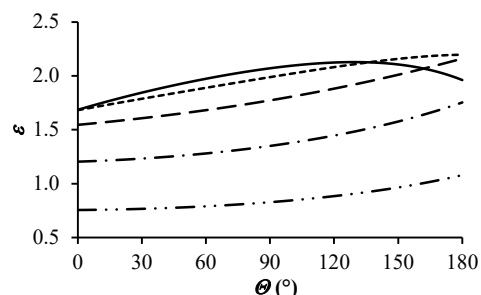
شکل (۱۱): H_o/P منحنی‌های کارآیی نسبی در مقابل

شکل (۱۲) نسبت کارآیی سرریز کنگره‌ای قوسی به کارآیی سرریز کنگره‌ای خطی را نشان می‌دهد. مطابق با این شکل، افزایش θ می‌تواند این نسبت را تا حدود ۱/۵ برابر افزایش دهد. با این توضیح که در مقادیر پایین H_o/P (استغراق موضعی کمتر)، مزایای هیدرولیکی این اقدام بیشتر است. با افزایش بار هیدرولیکی، قوسی کردن سرریز کنگره‌ای تنها بازای مقادیر بالای α سودمند خواهد بود.

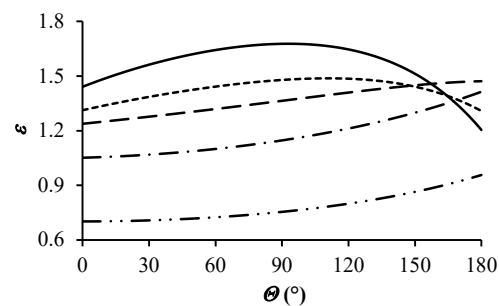
شکل (۱۰) منحنی‌های کارآیی را به ازای مقادیر مختلف H_o/P ، α و θ نشان می‌دهد. بدلیل روند نزولی C_d با H_o/P ، کارآیی سرریزهای کنگره‌ای قوسی با افزایش پارامتر مورد اشاره کاهش می‌یابد. در تطابق با آنچه که کورکستون و تولیس (۲۰۱۳) برای سرریزهای کنگره‌ای خطی در محدوده $6^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ گزارش کردند، شکل (۱۰) نشان می‌دهد که بالاترین کارآیی در این نوع سرریز متعلق به $\alpha = 6^\circ$ (سرریز دارای طول بیشتر) است. با این حال در سرریزهای کنگره‌ای قوسی الزاماً سرریز با طول بیشتر، کارآیی بالاتری نخواهد داشت؛ بگونه‌ای که کاهش α و افزایش θ از یک مقدار بخصوص حتی می‌تواند کاهش کارآیی سرریز را نیز در پی داشته باشد.



(الف)



(ب)



(ج)

شکل (۱۰): منحنی‌های کارآیی (— $\alpha = 6^\circ$; $\alpha = 8^\circ$; - - - $\alpha = 12^\circ$; $\alpha = 24^\circ$; $\alpha = 90^\circ$)
الف - $H_o/P = 0.3$; ب - $H_o/P = 0.6$; ج - $H_o/P = 0.9$

روش طراحی

با توجه به محدودیت‌های ارائه شده در جدول (۵)، روشی برای طراحی سرریزهای تحت مطالعه ارائه شده است. جهت طراحی گام‌های زیر پیشنهاد می‌گردد:

۱. تعیین دبی طراحی (Q_{design})، حداکثر تراز آب مخزن (EL_{Res})، تراز کانال دسترسی (EL_{Cha})، تراز تاج سرریز (EL_{Cre}) و عرض سرریز (W) براساس مطالعات هیدرولوژیکی و توپوگرافی منطقه.

۲. تعیین نسبت بار هیدرولیکی به ارتفاع سرریز بصورت:

$$\frac{H_o}{P} = \frac{EL_{Res} - EL_{Cre}}{EL_{Cre} - EL_{Cha}}$$

۳. تعیین تعداد سیکل‌های سرریز ($N \geq 5$) بگونه‌ای که $w = 2P$

۴. تعیین ضخامت دیوار سرریز بگونه‌ای که $t = 0.08P$

۵. تعیین طول وجه داخلی دماغه بگونه‌ای که $A = 2t$

۶. تعیین طول تاج سرریز (L) با استفاده از روابط ارائه شده در جدول (۲). با توجه به مقادیر تعیین شده در گام‌های پیشین، این پارامتر تنها تابعی از α و θ می‌باشد.

۷. تعیین ضریب آبگذری سرریز (C_d) با استفاده از معادله (۵) بصورت تابعی از α و θ .

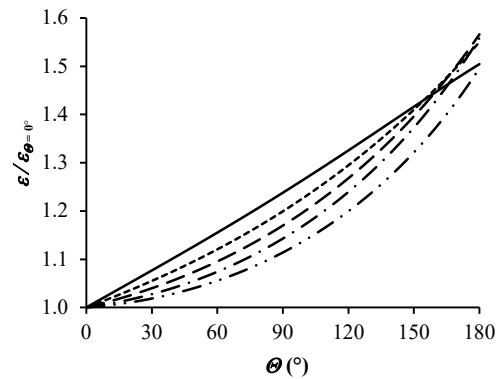
۸. بیان معادله آبگذری سرریز بصورت معادله‌ای بر اساس α و θ :

$$Q_{design} = \frac{2}{3} C_d L \sqrt{2gH_o}^{1.5} \Rightarrow g(\alpha, \theta) = 0$$

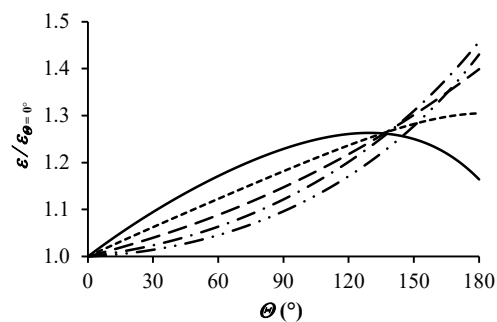
۹. با انتخاب یک مقدار برای θ ، نسبت به حل معادله فوق و تعیین α اقدام گردد.

با انتخاب مقادیر مختلف برای θ در گام انتهایی، هندسه‌های متفاوتی حاصل می‌گردند که همگی قادر به تخلیه دبی طرح در تراز مشخصی از مخزن و در ازای عرض معین کانال تخلیه می‌باشند. در نهایت از بین هندسه‌های مختلف، طرحی که نیازمند کمترین هزینه باشد، بعنوان طرح نهایی انتخاب می‌گردد.

جهت تنویر موضوع، کاربرد سرریزهای کنگره‌ای قوسی در قالب یک مثال واقعی ارائه شده است. سد خاکی سهند واقع در استان آذربایجان شرقی دارای سرریزی از نوع تنداب با آستانه اوجی شکل می‌باشد. عرض سرریز مورد اشاره برابر ۵۵



(الف)

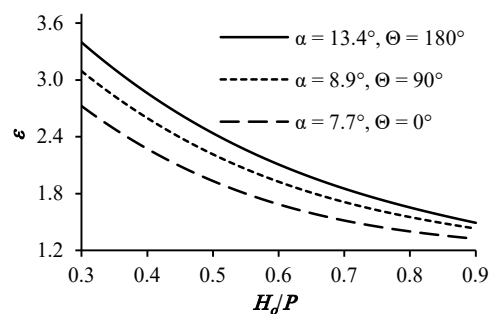


(ب)

شکل (۱۲): کارایی نسبی (— $\alpha = 6^\circ$; - - - $\alpha = 8^\circ$; - - - $\alpha = 12^\circ$; - - - $\alpha = 24^\circ$; - - - $\alpha = 90^\circ$)

الف - $H_o/P = 0.3$ ؛ ب - $H_o/P = 0.7$

برای آنکه ضمن قوسی کردن سرریز کنگره‌ای، طول تاج آن در مقدار θ یک عرض مشخص ثابت بماند، می‌بایست با افزایش α می‌توان دریافت که بازای طول α حتی در بارهای هیدرولیکی (θ)، افزایش $L/W = 6$ تاج یکسان (بالا نیز می‌تواند افزایش کارایی (یا ضریب آبگذری) را موجب گردد. دلیل این امر اصلاح جهت‌گیری سیکل‌های سرریز و نیز است. کاهش شدت تداخل لایه‌های جریان در نتیجه افزایش



شکل (۱۳): منحنی‌های کارایی در مقابل H_o/P ($L/W = 6$)

• در سرریزهای کنگره‌ای قوسی، سرریز با طول بیشتر الزاماً کارایی بالاتری نخواهد داشت. بدین ترتیب که هر چه بار هیدرولیکی افزایش یابد، هندسه کارآمد دارای زاویه α بیشتر و زاویه θ کمتر می‌باشد. مطابق با نتایج ارائه شده، روند نزولی کارایی در مقادیر بالای θ و مقادیر پایین α شدیدتر می‌باشد.

• در محدوده مورد مطالعه، استفاده از سرریز کنگره‌ای قوسی می‌تواند ظرفیت آبگذری را تا حدود ۴/۵ برابر سرریز خطی افزایش دهد.

• بازای عرض ثابت و طول تاج یکسان، قوسی‌کردن سرریز کنگره‌ای حتی در بارهای هیدرولیکی بالا نیز بهبود کارایی آن را موجب می‌گردد.

• مقایسه داده‌های اندازه‌گیری در این تحقیق و داده‌های محققین سابق حاکی از تطابق خوب نتایج تحقیق حاضر با موارد پیشین است. ضمناً بررسی‌های صورت گرفته از دقت بالای معادله (۵) در تخمین ضریب آبگذری سرریزهای تحت مطالعه حکایت دارد.

• بر اساس نتایج و محدودیت‌های تحقیق حاضر، روشی برای طراحی سرریزهای کنگره‌ای قوسی ارائه شده است. شایان توجه است که روش پیشنهادی تنها قادر به ارائه یک تخمین اولیه بوده و ساخت مدل مطالعاتی برای لحاظ شرایط و قیود محلی هر پروژه الزامی است.

سپاسگزاری

بدینوسیله از حمایت مالی دفتر پژوهش‌های کاربردی شرکت سهامی مدیریت منابع آب ایران که مولفین را در انجام این پژوهش، تحت پروژه تحقیقاتی با کد RIV-91042 یاری رساندند، قدردانی می‌شود.

مراجع

- ۱- قدسیان، م.، امانیان، ن.، مرعشی ش.ع. (۱۳۸۰) "ضریب آبگذری سرریزهای کنگره‌ای نیم دایره‌ای شکل در پلان"، مجله پژوهشی/میرکبیر، ۴۹ (۱۳)، ۸۳-۷۶.
- ۲- اژدری مقدم، م.، امانیان، ن.، جعفری ندوشن، ا. (۱۳۹۲) "طراحی هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای دوزنقه‌ای با استفاده از هیدرودینامیک محاسباتی"، مجله عمران/مدرس، ۱۳ (۲)، ۱۲-۱.
- ۳- سنگ سفیدی، ی.؛ مهرآیین، م.؛ قدسیان، م. (۱۳۹۴) "بررسی آزمایشگاهی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای قوسی"، مجله عمران/مدرس، ۱۵ (۲)، ۶۳-۵۱.

متر بوده و کانال دسترسی و تاج سرریز بترتیب در تراز ۱۵۹۷/۸ و ۱۶۰۰/۳ از سطح دریا قرار دارند. با استفاده از روش پیشنهادی، نسبت به طرح هندسه کارآمد سرریز کنگره‌ای قوسی بازای دو مقدار متفاوت تراز مخزن اقدام گردید. مطابق با نتایج ارائه شده در جدول (۶)، بازای $H_o/P = 0.63, 0.9$ استفاده از طرح کنگره‌ای قوسی می‌تواند آبگذری سرریز را بترتیب تا ۳/۶ و ۲/۵ برابر طرح موجود افزایش دهد.

جدول (۶) مقایسه آبگذری طرح موجود و پیشنهادی سرریز سد

سهند

تراز مخزن (m)	نوع سرریز	$Q (m^3/s)$
۱۶۰۱/۸۸	تندآب با آستانه اوجی شکل	۱۸۸
	کنگره‌ای قوسی با $\alpha = 10^\circ$ و $\theta = 180^\circ$	۶۷۱
۱۶۰۲/۵۵	تندآب با آستانه اوجی شکل	۳۶۵
	کنگره‌ای قوسی با $\alpha = 6^\circ$ و $\theta = 90^\circ$	۹۱۶

نتیجه‌گیری

این مقاله به بررسی آزمایشگاهی عملکرد هیدرولیکی سرریزهای کنگره‌ای قوسی قرار گرفته در داخل کانال با دیواره‌های همگرا می‌پردازد. نتایج حاصله بشرح ذیل می‌باشد:

• همگرایی جریان عبوری از روی سرریزهای قوسی باعث ایجاد پشته جریان در پایین‌دست سرریز می‌گردد. بررسی‌ها نشان می‌دهد که H_o/P و θ اثر مستقیم بر روی ارتفاع پشته جریان دارد. در سرریزهای کنگره‌ای افزایش H_o/P و θ و کاهش α رشد ابعاد ناحیه استغراق موضعی را در پی خواهد داشت.

- در محدوده مورد تحقیق، افزایش H_o/P کاهش C_d را منجر می‌گردد. در مقادیر پایین H_o/P ، افزایش θ می‌تواند افزایش C_d را در پی داشته باشد. لیکن در مقادیر بالای H_o/P ، زاویه انحنا با ضریب آبگذری رابطه معکوس می‌یابد. ضمناً با کاهش زاویه α ، ضریب آبگذری بازای شرایط مختلف کاهش می‌یابد.
- افزایش θ و کاهش α می‌تواند سبب افزایش کارایی سرریز کنگره‌ای قوسی گردد. در مقابل، با افزایش بار هیدرولیکی، مزایای استفاده از این نوع سرریزها نزول می‌یابد. نتایج نشان می‌دهد که با قوسی کردن سرریز کنگره‌ای کارایی آن می‌تواند تا حدود ۵۰ درصد افزایش یابد. علی‌ایحال با افزایش بار هیدرولیکی، مزایای این اقدام تنها محدود به مقادیر بالای α خواهد بود.

- 18- Kumar, S., Ahmad, Z., Mansoor, T., and Himanshu, S.K. (2013). "A new approach to analyze the flow over sharp-crested curved plan form weirs." *Intl. J. Recent Technology and Eng.*, 2(1), 24-28.
- 19- Lux, F., and Hinchliff, D. (1985). "Design and construction of labyrinth spillways." *15th ICOLD Congress*, Vol. IV, Q59-R15, ICOLD, Lausanne, Switzerland, 249–274.
- 20- Megalhaes, A.P., and Lorena, M. (1989). "Hydraulic design of labyrinth weirs." *Report No. 736*, National Laboratory of Civil Engineering, Lisbon, Portugal.
- 21- Melo, J., Ramos, C., and Magalhaes, A. (2002). "Descarregadores com soleira em labirinto de um ciclo em canais convergentes." *Proc. 6th Congresso da Água*, Lisbon, Portugal (in Portuguese).
- 22- Novak, P., Guinot, V., Jeffrey, A., and Reeve, D.E. (2010) *Hydraulic Modelling: An Introduction*, Spon Press, London.
- 23- Sangsefidi, Y., Mehraein, M., and Ghodsian, M. (2015). "Numerical simulation of flow over labyrinth spillways." *Scientia Iranica, Trans. A*, 22(5), 1779–1787.
- 24- Savage, B.M., Crookston, B.M., and Paxson, G.S. (2016). "Physical and numerical modeling of large headwater ratios for a 15° labyrinth spillway." *J. Hydraul. Eng.*, 2016, 142(11).
- 25- Schleiss, A. (2011). "From labyrinth to piano key weirs – a historical review." *Labyrinth and piano key weirs*, CRC Press, London, 3-15.
- 26- Tullis, J.P., Amanian, N., and Waldron, D. "Design of labyrinth weir spillways." *J. Hydraul. Eng.*, 121(3), 1995, 247-255.
- 4- Amiri, F., Mousavi, S.M., Yaghmaei, S., and Barati, M. (2012). "Bioleaching kinetics of a spent refinery catalyst using aspergillus niger at optimal conditions." *Biochemical Eng. Journal*, 67, 208-217.
- 5- Anderson, R.M., and Tullis, B.P. (2012). "Comparison of piano key and rectangular labyrinth weir hydraulics." *J. Hydraul. Eng.*, 138(4), 358-361.
- 6- Crookston, B.M., and Tullis, B.P. (2012a). "Arced labyrinth weirs." *J. Hydraul. Eng.*, 138(6), 555-562.
- 7- Crookston, B.M., and Tullis, B.P. (2012b). "Discharge efficiency of reservoir-application-specific labyrinth weirs." *J. Hydraul. Eng.*, 138(6), 564-568.
- 8- Crookston, B.M., and Tullis, B.P. (2012c). "Labyrinth weirs: nappe interference and local submergence." *J. Irr. Drainage Eng.*, 138(8), 757-765.
- 9- Crookston, B.M. and Tullis, B.P. (2013). "Hydraulic design and analysis of labyrinth weirs. I: discharge relationships." *J. Irrig. Drain Eng.*, 139(5), 363 -370.
- 10- Christensen, N.A. (2013). "Flow characteristics of arced labyrinth weirs." M.S. thesis, Utah State University, Logan, UT.
- 11- Erpicum, S., Tullis, B.P., Lodomez, M., Archambeau, P., Benjamin, J., Dewals, B., and Pirotton, M. (2016). "Scale effects in physical piano key weirs models." *J. Hydraul. Res.* (Published online).
- 12- Ghodsian, M. (2009). "Stage-discharge relationship for a triangular labyrinth spillway." *Proc. Inst. Civ. Engrs., Water Management*, 162(3), 173–178.
- 13- Hay, N., and Taylor, G. (1970). "Performance and design of labyrinth weirs." *J. Hydraul. Div.*, 96(11), 2337-2357.
- 14- Henderson, F.M. (1966). *Open channel flow*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- 15- Khode, B.V., Tembhurkar, A.R., Porey, P.D., and Ingle, R.N. (2012) "Experimental studies on flow over labyrinth weir." *J. Irr. Drainage Eng.*, 138(6), 548-552.
- 16- Kumar, S., Ahmad, Z., and Mansoor, T. (2011) "A new approach to improve the discharging capacity of sharp-crested triangular plan form weirs." *Flow Measurement and Instrumentation*, 22(3), 175-180.
- 17- Kumar, S., Ahmad, Z., Mansoor, T., and Himanshu, S.K. (2012). "Discharge characteristics of sharp crested weir of curved plan-form." *Research J. of Eng. Sciences*, 1(4), 16-20.