

## مدلسازی عددی میکروکانال مغناطیسی برای جذب نانو ذرات نمک محلول در آب شور

عبدالمحمد واحدی نژاد<sup>۱</sup>

حمیدرضا نظیف\*<sup>۲</sup>

### چکیده

در این تحقیق یک سیستم نمک‌زدایی آب دریا به روش مغناطیسی-الکتریکی مطالعه و شبیه‌سازی شده است. میدان الکتریکی برای یونیزه نمودن آب دریا و میدان مغناطیسی برای جداسازی، هم‌زمان در نظر گرفته شده اند. معادلات حرکت سیال آب و ذرات نمک با روش اویلر-لاگرانژی مدلسازی شده‌اند. برای جداسازی ذرات نمک با قطر میکرونی، شدت میدان الکتریکی و مغناطیسی و سرعت ورودی آب دریا به سیستم جداسازی از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. پارامترهای موردبررسی شامل میدان‌های الکتریکی، مغناطیسی، قطر ذرات، سرعت ورودی و نسبت ابعادی میکروکانال است. نتایج نشان می‌دهد که با افزایش میدان‌های مغناطیسی و الکتریکی درصد جذب ذرات افزایش یافته و افزایش قطر ذرات موجب جذب بیشتر آن‌ها گردیده است. همچنین با افزایش نسبت ابعادی کانال درصد خروج ذرات از ناحیه آب تمیز کاهش و مقدار جذب ذرات به سمت میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی افزایش یافته است. تغییرات سرعت سیال نشان داد که با افزایش سرعت، میزان جذب ذرات در مجاورت دیواره‌ها به مقدار قابل توجهی کاهش داشته است. در این پژوهش در میکروکانال، سیال با متوسط سرعت ورودی  $0.1 \text{ m/s}$  موردبررسی قرار گرفته و میزان جداسازی یون‌های نمک در میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مختلف با تغییر پارامترهای ورودی مشخص گردیده است.

### واژه‌های کلیدی:

نمک‌زدایی، میدان مغناطیسی، مدلسازی، یون‌های نمک

<sup>۱</sup>. کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک، تبدیل انرژی، دانشکده فنی مهندسی دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (email: a\_vahedinejad@yahoo.com & a.vahedinejad@iwpcu.ir)  
<sup>۲</sup>. هیئت علمی دانشکده فنی مهندسی دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (email: nazif@eng.ikiu.ac.ir)

## مقدمه

در قرن اخیر، استفاده از منابع آب شور در جایگزینی منابع آب شیرین بسیار مورد توجه قرار گرفته است. این در حالی است که منابع آب شیرین محدود است لذا نیازمند به بهره گیری از فناوری برای تأمین آب هستیم.

نمک زدایی یا شیرین سازی آب، فرایندی است که در آن مقداری نمک و سایر مواد معدنی از آب جدا می گردد. در واحدهای آب شیرین کن، از یک طرف آب شور وارد شده که با صرف انرژی، آب شیرین و پساب شور از طرف دیگر جدا و تخلیه می گردند. هر قدر که آب شورتر باشد، برای شیرین کردن آن باید انرژی و تلاش بیشتری صرف گردد. آب شوری که با هدف تولید آب شیرین نمک زدایی می شود، برای مصرف انسان و یا آبیاری مناسب است. یک محصول دیگر فرایند نمک زدایی، نمک است. بیشتر سرمایه گذاری های اخیر در نمک زدایی، بر گسترش راه های مقرون به صرفه تأمین آب شیرین برای استفاده انسان، متمرکز شده است. در کنار بازیافت آب از پساب، این روش یکی از چندین منابع تأمین آب مستقل از بارش است.

مسئله اساسی در فرایند شیرین سازی آب، انرژی مصرفی زیاد و پساب شوری است که در حین شیرین سازی تولید می شود. در نگاه بهینه سازی، استفاده از روشی که با مصرف انرژی پایین تر و با کمترین تولید پساب شور، توانایی شیرین سازی آب را داشته باشد؛ مورد توجه است.

تجارب مختلف نشان داده است که می توان آب را با روش های گوناگون به نحوی شیرین نمود که با حداقل تولید پساب شور کمترین انرژی را مصرف کند. (خبازی<sup>۱</sup>، ۱۳۹۲) با توسعه روزافزون تعداد کارخانه تولید آب شیرین از آب شور، کار بر روی ارتقاء سطح کیفی، راندمان تولید، کاهش انرژی مصرفی در فرایند شیرین سازی آب حائز اهمیت است. بنابراین در این بررسی، هدف این است که ابتدا با بهره گیری از مقالات و تجربیات انجام گرفته در زمینه

روش های نوین نمک زدایی از آب دریا تأثیر امواج الکتریکی و میدان مغناطیسی بر میزان جداسازی یون های محلول در آب بررسی شده و با مدلسازی و تحلیل عددی شیرین سازی آب دریا با اعمال میدان های الکتریکی و مغناطیسی و نیروی هیدرودینامیکی، پارامترهای عملکرد بهینه جهت جداسازی را به دست آورد. (النعیمت<sup>۲</sup>، ۲۰۱۶)

فرآیندهای شیرین سازی، فرآیندهایی به منظور خالص سازی آب دریا برای مصارف آشامیدنی است. یک سیستم آب شیرین کن به طور کلی آب شور را به دو جریان تقسیم می کند، یکی جریان آب خالص با درصد بسیار کمی از نمک و املاح و دیگری جریانی که حاوی نمک املاح باقیمانده است.

جداسازی نمک از مخلوط آب نمک، یک فرآیند ترمودینامیکی است که نیاز به انرژی دارد.

فناوری های آب شیرین کن از لحاظ تغییر فاز به دو دسته تقسیم می شوند؛ دسته اول: فرآیندهایی که در آنها تغییر فاز صورت می گیرد، مانند:

- نمک زدایی چند اثر<sup>۳</sup> (MED)

- نمک زدایی ناگهانی چند مرحله ای<sup>۴</sup> (MSF)

- نمک زدایی تراکم بخار<sup>۵</sup> (VCD)

دسته دوم: فرآیندهایی که در آنها شیرین سازی آب بدون تغییر فاز انجام می پذیرد:

- اسمز معکوس<sup>۶</sup> (RO)

- الکترو دیالیز<sup>۷</sup> (ED)

از سیستم های الکترو دیالیز معکوس<sup>۸</sup> که جزء تکنولوژی های الکتروشیمی و سلول های غشایی بوده، برای جداسازی یون ها از محلول های مختلف استفاده می شود. الکترو دیالیز (ED) یکی از روش های جداسازی ذرات باردار است که در آن آب شور تحت تأثیر ولتاژ جریان مستقیم به عنوان نیروی محرکه فرآیند، قرار می گیرد.

5 Vapor compression distillation

6 Reverse osmosis

7 Electro dialysis

8 Reverse Electro dialysis

1 khabbazi

2 Alnaimat

3 Multi effect distillation

4 Multi stage flash distillation

۲۰۱۶). در این مدل جریان سیال و حرکت ذرات باردار تحت نیروهای هیدرودینامیکی، الکترواستاتیکی قرار گرفته است. النعیمت نشان داد که با کاهش سرعت جریان ورودی، زمان ماند ذرات بیشتر شده و راندمان جداسازی افزایش می‌یابد. همچنین او نشان داد، دو برابر شدن نیروهای الکتریکی و مغناطیسی باعث افزایش سرعت حرکت عرضی ذرات شده و زمان جذب ذرات را تقریباً دو برابر کاهش می‌دهد. باین‌حال، دو برابر کردن سرعت جریان محوری، سرعت عرضی را تنها ۲۵٪ را افزایش می‌دهد. به‌وضوح نشان داده‌شده است که ترکیب نیروهای الکتریکی و مغناطیسی می‌تواند به‌طور مؤثر برای جدا کردن نمک‌های محلول شده از آب دریا استفاده شود.

ویسنیسکی و روزانسکا<sup>۴</sup> در سال ۲۰۱۴، تحقیقی در رابطه با حذف یون‌ها با روش غشاهای الکترودیالیز ساده و انتخاب‌گر ارائه دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش دانسیته<sup>۵</sup> جریان به‌تدریج عبور یون‌های دو ظرفیتی از غشای انتخاب‌گر زیاد شده که این باهدف اولیه استفاده از این نوع غشاها تطابق ندارد، در نتیجه باید دانسیته جریان را کمتر از دانسیته جریان محدودکننده در نظر گرفت تا در هزینه برق با استفاده از غشاهای انتخاب‌گر صرفه‌جویی شود. دانسیته جریان محدودکننده فاکتور مهمی برای به دست آوردن مقاومت و جریان اعمالی محسوب می‌شود که به خصوصیت غشا و محلول الکترولیت و سرعت جریان عبوری و دما و ساختار الکترولیز بستگی دارد. در مقاله‌ای که توسط (زو و همکاران<sup>۶</sup>، ۲۰۱۳) انجام شد از غشاهای انتخاب‌گر هم‌آنیونی آنیونی و هم‌کاتیونی استفاده شده است.

در سال ۲۰۱۲ نیکولاس و پنتنت<sup>۷</sup> یک کانال دارای مانع با حضور سیال و نانو ذرات تحت میدان مغناطیسی را مطالعه کردند که هدف آن‌ها جداسازی کاتیون‌ها از آنیون‌ها بود. (لایک و همکاران<sup>۸</sup>، ۲۰۱۲) در تحقیقاتشان جریان پایدار و پالسی در یک کانال در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت

در این تحقیق در سیستم نمک زدا علاوه بر اعمال جریان الکتریسیته، جریان آب شور تحت تأثیر میدان مغناطیسی نیز قرار می‌گیرد. بنابراین ذرات باردار به‌طور هم‌زمان تحت تأثیر نیروهای هیدرودینامیکی، مغناطیسی و الکتریسیته قرار گرفته و با مدلسازی عددی حرکت ذرات در شرایط فوق پارامترهای جداسازی ذرات باردار موردبررسی قرار گرفته است.

نتایج حاکی از آن است که میزان تغییرات میدان الکتریکی و مغناطیسی می‌تواند نقش مهمی در جداسازی یون‌ها ایفا کند. همچنین تغییرات هندسی<sup>۱</sup> سیستم جداساز نیز می‌تواند نقش کلیدی در افزایش درصد جداسازی داشته باشد، از این‌رو در این پژوهش میزان تغییرات ژئومتری سیستم جداساز نیز موردبررسی قرار گرفته است.

وجود ذرات مختلف با سایزهای متفاوت بخش جدایی‌ناپذیر آب‌های شور بوده است. در این پژوهش محدوده وسیعی از ذرات موجود در آب موردبررسی قرار گرفته است.

در مطالعه حاضر، تأثیر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی بر مقدار جداسازی یون‌های نمک محلول در آب بررسی شده است. در بخش دیگری از این پژوهش به بررسی تأثیر تغییرات میدان الکتریکی و مغناطیسی بر میزان جدایش ذرات‌های محلول در آب در قطرهای متفاوت پرداخته‌شده است.

## تاریخچه

زارزو و پرتز<sup>۲</sup> در سال ۲۰۱۸ جنبه‌های مربوط به انرژی و نمک‌زدایی و فن‌آوری‌های مختلف موجود را موردبررسی قرار دادند. آن‌ها کارشان عمدتاً بر روی اسمز معکوس تمرکز داشت که بیشترین کاربرد را در تکنولوژی دارد. در سال ۲۰۱۶ یک مدل تحلیلی الکترومغناطیسی - مکانیکی (EMSR) برای حل پارامترهای عملیاتی برای فرایند نمک‌زدایی به‌صورت عددی ارائه‌شده است (النعیمت<sup>۳</sup>،

<sup>5</sup> Density

<sup>6</sup> XuaAnd Marissa

<sup>7</sup> Nichols And Patent

<sup>8</sup> Layek

<sup>1</sup> Geometric

<sup>2</sup> Zarzo and Prats

<sup>3</sup> Alnaimet

<sup>4</sup> JWisniewski

برای بررسی اثرات شرایط عملیاتی مختلف مانند سرعت جریان، ولتاژ و غلظت، بر روی رفتار آب دریا با الکترودیالیز استفاده کردند.

یک بررسی نظری راجع به پاسخ ذرات کروی به یک جریان مایع یک‌بعدی، حرکت یک‌ذره کروی در یک جریان مایع دوبعدی یک سیلندر دایره‌ای و حرکت یک‌ذره در ایرفویل<sup>۶</sup> توسط مرسی و الکساندر<sup>۷</sup> در سال ۱۹۷۲ مورد بررسی قرار گرفت.

### معادلات حاکم

در این تحقیق جریان آب آرام (عدد رینولدز کمتر از ۵۰) و ذرات نمک محلول در آن با روش اویلر-لاگرانژی مدل‌سازی شده است. برای جریان آب به‌عنوان فاز پیوسته معادله ناویر-استوکس شامل بقای جرم و مومنتوم در نظر گرفته می‌شود. این در حالی است که برای مدل‌سازی ذرات نمک به‌عنوان فاز ناپیوسته معادله مومنتوم ذرات (قانون نیوتون) فرض شده است. اثر متقابل ذرات بر فاز پیوسته به‌صورت جملات منبع نیرو در نظر گرفته می‌شود، حال آنکه نیروی سیال پیوسته بر ذرات از جملات نیروی مختلف تشکیل شده است. فرض اساسی در استفاده از این مدل، مدل اویلر-لاگرانژی، با درصد حجمی (کمتر از ۰.۵٪) است. لذا این مدل‌سازی از کوپل دوطرفه بهره‌مند است. بدین معنی که اثرات ذرات برهم نادیده فرض شده است. لذا حضور ذرات در حرکت فاز پیوسته (آب) مؤثر دیده شده است.

معادلات حاکم برای فاز پیوسته آب تراکم ناپذیر به روش اویلری به‌صورت زیر است:

(۱)

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}_f) = 0$$

(۲)

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}_f \vec{v}_f) = -\nabla p + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{v}_f) + \overrightarrow{Forces}$$

(۳)

خارجی را گزارش دادند. آن‌ها نشان دادند که منطقه جداسازی جریان با افزایش مقادیر پارامتر مغناطیسی کاهش می‌یابد. مطالعات آن‌ها حاکی از متراکم‌تر شدن سرعت محوری می‌شود. همچنین الگوی جریان و شکل ظاهری با تغییر پارامتر مغناطیسی قابل تغییر است. آن‌ها دریافتند که افزایش میدان مغناطیسی باعث گسترده‌گی سرعت محوری و تغییرات در تنش برشی دیواره در هر دو حالت پایدار و پالسی می‌گردد.

فولرانی<sup>۱</sup>، ۲۰۰۹ یک مدل برای پیش‌بینی جذب میکرو/نانو ذرات مغناطیسی در یک سیستم میکروسکوپی<sup>۲</sup> ارائه دادند. این مدل برای بررسی پارامتری جذب ذرات شامل پارامترهایی مانند اندازه ذرات، خواص مواد، جریان اعمال شده، ابعاد میکرو کانال، خواص سیال و سرعت جریان، بود. او نشان داد با افزایش سرعت محوری جریان اثرات میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد.

یک سیستم دوبعدی مغناطیسی از ذرات معلق در روغن سیلیکون به‌عنوان یک بستر برای تجزیه و تحلیل زیست‌محیطی توسط لهما<sup>۳</sup> و همکاران<sup>۳</sup> در سال ۲۰۰۶ ارائه شد. پارامترهای در داخل قطرات، باعث حرکت مغناطیسی انجام شود آن‌ها نشان دادند با افزایش مغناطیس پذیری ذرات مقدار انحراف و جذب قطرات مغناطیسی افزایش می‌یابد.

مشکل اساسی جریان سیالات بیومغناطیسی در یک کانال تحت تأثیر میدان مغناطیسی در سال ۲۰۰۴ توسط لوکوپالوس و تزرتزیلاکیس<sup>۴</sup> مورد مطالعه قرار گرفته است. نتایج مربوط به میدان سرعت و دما، اصطکاک پوسته و نرخ انتقال حرارت نشان می‌دهد که حضور میدان مغناطیسی تأثیر قابل توجهی بر میدان جریان می‌گذارد.

محمدی و کاویانی<sup>۵</sup> در سال ۲۰۰۴ به دنبال روشی برای استفاده از روش‌های مناسب برای تصفیه آب دریا، یک سلول الکترودیالیز تجربی بسیار کوچک طراحی و ساختند و آن را

<sup>5</sup> Mohammadi And Kaviani

<sup>6</sup> Airfoil

<sup>7</sup> Morsi, And Alexander

<sup>1</sup> Furlani

<sup>2</sup> Microscopic

<sup>3</sup> Lehmann

<sup>4</sup> Loukopoulos and Tzirtzilakis

$$\vec{F}_D = \frac{18 \mu_f C_D Re_p}{24 \rho_p d_p^2} (\vec{v}_f - \vec{v}_p) = \frac{1}{\tau_p} (\vec{v}_f - \vec{v}_p)$$

که  $Re_p$  عدد رینولدز ذره،  $\vec{v}_f$ ،  $\vec{v}_p$  به ترتیب سرعت سیال و سرعت ذره و  $\rho_p$  چگالی ذره،  $d_p$  قطر ذره،  $\mu_f$  ویسکوزیته سیال و  $\tau_p$  زمان ماند ذره<sup>۶</sup> به صورت زیر تعریف می شود:

$$Re_p = \frac{\rho_p d_p |v_p - v_f|}{\mu_f}$$

$$\tau_p = \frac{4}{16} \frac{\rho_p d_p^2}{\mu_f C_p Re_p}$$

(۹)

$C_D$  ضریب پسا است.

نیروی برآونی ( $F_B$ ) به وسیله برخورد تصادفی ذرات با مولکول های سیال ایجاد می شود. این نیرو به برخورد تصادفی ذرات و اتم های غوطه ور در داخل سیال یا گاز دلالت دارد.

(۱۱)

$$F_{Bi} = \xi_i \sqrt{\frac{\pi S_0}{\Delta t}}$$

که  $\xi_i$  عدد تصادفی گاوسی مستقل-واریانس واحد است. اجزای نیروی برآونی طی فرایند نویز وایت گاوسین<sup>۷</sup> با شدت طیفی<sup>۸</sup>  $S_{n,ij}$  مدلسازی می شوند و  $\Delta t$  تغییرات زمان را نشان می دهد.

مغناطیس دائمی در ابعاد میکروسکوپی می توانند یک میدان مغناطیسی به اندازه کافی بزرگ (بزرگتر از ۰/۵ تسلا) برای اشباع مغناطیسی ذرات مغناطیسی فراهم آورند. در این وضعیت ذرات مانند یک آهنربای (مغناطیس) دائمی عمل می کنند. برای محاسبه میدان مغناطیسی وارد بر ذره منابع و روابط زیادی بسته به نوع میدان و اندازه ذرات و پارامترهای دیگر وجود دارد. برای محاسبه نیروی مغناطیسی وارد بر ذره از معادله زیر استفاده می شود.

(۱۲)

$$\vec{F}_B = q \vec{v} \times \vec{B}$$

در رابطه بالا  $q$  بار یک ذره،  $B$  میدان مغناطیسی و  $v$  سرعت ذره است. نیروهای مغناطیسی و الکتریکی در جهت  $z$  وارد

$$\vec{v}_p = \frac{d\vec{X}_p(x, y, z, t)}{dt} = \frac{dx_p}{dt} \hat{i} + \frac{dy_p}{dt} \hat{j} + \frac{dz_p}{dt} \hat{k}$$

$$\frac{d\vec{v}_p}{dt} = \frac{du_p}{dt} \hat{i} + \frac{dv_p}{dt} \hat{j} + \frac{dw_p}{dt} \hat{k} \quad (۴)$$

در معادلات اخیر،  $\rho$  چگالی مخلوط سیال،  $P$  فشار سیال و بردار سرعت جریان است.  $Forces$  جمله منبع معادله مومنتم و ناشی از حضور ذرات در فاز پیوسته است. وقتی که ذرات از میان حجم کنترل شبکه ایجاد شده مفروض عبور می کند، برای سیال آب می توان نوشت:

(۵)

$$\vec{Forces} = \sum_{i=1}^p \frac{m_i}{\delta v} \vec{F}$$

که  $P$  تعداد ذرات موجود در حجم کنترل سلول  $\delta V$  است. معادله حرکت ذره با به کارگیری قانون دوم نیوتون به صورت زیر است:

(۶)

$$\vec{v}_p = \frac{d\vec{X}_p(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial x_p}{\partial t} + \frac{\partial x_p}{\partial x} u_p \hat{i} + \frac{\partial x_p}{\partial y} v_p \hat{j} + \frac{\partial x_p}{\partial z} w_p \hat{k} \quad (۷)$$

$$\frac{d\vec{v}_p}{dt} = \vec{F} = \vec{F}_D + \vec{F}_B + \vec{F}_M + \vec{F}_E + \vec{F}_m + \vec{F}_g$$

که  $\vec{F}_D$ ،  $\vec{F}_B$ ،  $\vec{F}_M$ ،  $\vec{F}_E$ ،  $\vec{F}_m$ ،  $\vec{F}_g$  نیروی پسا<sup>۱</sup>، نیروی برآونی<sup>۲</sup>، نیروی مغناطیسی<sup>۳</sup>، نیروی الکتریکی<sup>۴</sup>، نیروی مگنس<sup>۵</sup> و نیروی وزن هستند. اکثر نیروهایی که در بالا به آن ها اشاره شد، برای ذرات بزرگ کاربرد دارند و برای ذرات در مقیاس نانو قابل چشم پوشی هستند.

نیروی پسا به دلیل سرعت نسبی بین ذره و سیال روی ذره اثر می کند. به ویژه هنگامی که عدد رینولدز کمتر از ۱۰۰ باشد، نیروی پسا نیروی غالب برای حرکت ذره است. نیروی پسا از رابطه زیر به دست می آید.

(۸)

5 Magnous Force

6 Particle relaxation time

7 Gaussian white noise process

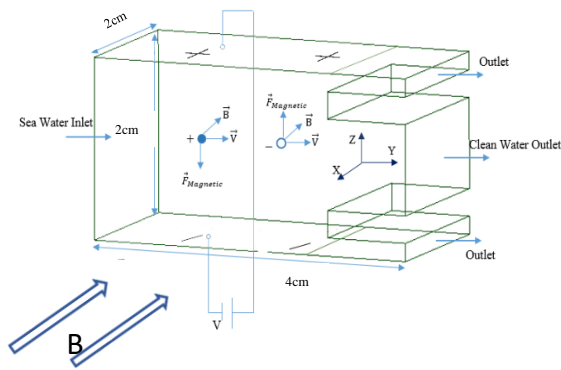
8 Spectral intensity

1 Drag Force

2 Brownian Force

3 Magnetic Force

4 Electric Force



شکل (۱): شکل شماتیک و ابعاد و شبکه بندی کانال

مورد بررسی

جدول (۱): خواص آب خالص و ذرات نمک

ذرات نمک	آب خالص	واحد	پارامتر
۲۱۶۰	۹۹۸٫۲	$(kg/m^3)$	چگالی
-	۰٫۰۰۱۰۳	$kg/(m.s)$	ویسکوزیته نیوتونی
1.35 e-6	1.275 e-6	$h/m$	نفوذپذیری مغناطیسی
۰٫۳	-	$(C)$	چگالی بار

### بررسی استقلال حل از شبکه

در روش عددی تحقیق موجود که معادلات حاکم بر حرکت سیال پیوسته آب و ذرات به روش حجم محدود گسسته سازی می شوند، نیاز به ایجاد شبکه محاسباتی است. برای حصول اطمینان از عدم وابستگی جوابها به اندازه شبکه و المانهای مورد استفاده برای استقلال حل از شبکه محاسباتی ضروری است. چهار نوع شبکه بندی با ابعاد مختلف مطابق جدول (۲) ایجاد گردیده است. متوسط سرعت سیال خروجی به عنوان معیار مقایسه ای انتخاب شده است. ملاحظه می گردد که برای تعداد المان ۶۷۸۲۶ (ردیف سوم) با افزایش تعداد المانها، سرعت خروجی تغییری ندارد. لذا شبکه ردیف سوم به عنوان مبنای محاسباتی در نظر گرفته شده است.

جدول (۲) جدول بررسی استقلال حل از شبکه

سرعت سیال خروجی (m/s)	تعداد گرهها	تعداد المانها	ردیف
۱٫۲	۳۲۱۹۰	۲۵۸۹۰	۱
۱٫۸۹	۴۶۱۲۱	۴۱۸۸۶	۲
۱٫۸۱	۷۵۹۸۳	۶۷۸۲۶	۳
۱٫۸۱	۹۹۵۶۴	۹۰۳۴۷	۴

می شوند و بر روی ذرات داخل آب تأثیر می گذارند مطابق رابطه (۱۳) نیروی الکتریکی که توسط میدان الکتریکی ایجاد می شود به صورت زیر به دست می آید:

$$(13)$$

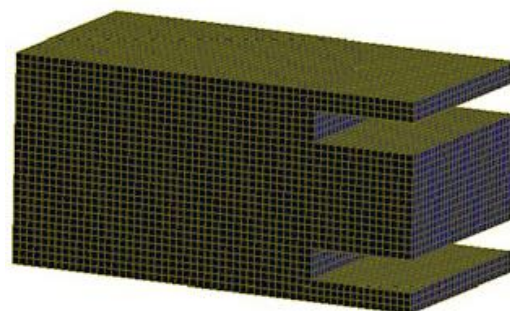
$$\vec{F}_E = q\vec{E}$$

در رابطه بالا E میدان الکتریکی، q بار الکتریکی ذره و  $\vec{F}_E$  نیروی الکتریکی وارد بر ذره است.

### شبیه سازی

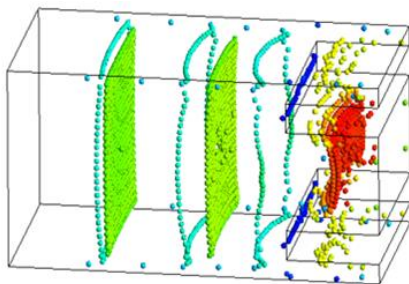
#### هندسه و ایجاد شبکه

شکل (۱) شماتیک و ابعاد هندسی و نحوه عملکرد جداسازی را نشان می دهد. این جداساز دارای یک ورودی آب دریا و سه خروجی است. به طوری که در خروجی، آب تصفیه شده از ناحیه خروجی میانی خارج می شود. میدان الکتریکی سبب یونیزه شدن آب دریا می گردد. به طوری که یونهای نمک مثبت و منفی مطابق شکل ایجاد می گردند. اکنون برای هدایت بهتر این یونها به طرف خروجی های B نیاز به حضور یک میدان مغناطیسی است. جهت نیروهای اعمالی بر ذرات باردار، مطابق شکل به صورت اجمالی نمایش شده است. اگر این نیروها فرصت کافی برای هدایت ذرات به خروجی های بالایی و پایینی داشته باشد، جداسازی به خوبی انجام خواهد شد. لذا در این میان، شدت میدانهای الکتریکی و مغناطیسی، قطر ذرات، سرعت آب ورودی و رژیم جریان دارای اهمیت فراوانی است. به عنوان پیش فرض مطابق مرجع (۲) ابعاد این دستگاه جداسازی با مقطع ۲×۲ و طول ۴ سانتیمتر در نظر گرفته شده است.

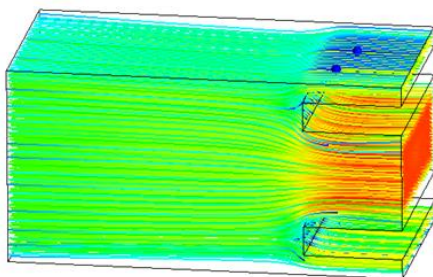


الکتریکی ثابت فرض شده است. ابتدا در غیاب میدان مغناطیسی و الکتریکی رفتار جداساز بررسی می‌گردد.

شکل (۳-الف) توزیع ذرات درون کانال را نشان می‌دهد که به صورت یکنواخت همراه با جریان آب درون جذب در حرکت است و در قسمت خروجی‌ها ذرات در حال خارج شدن به همراه سیال هستند ذرات با سرعت  $1 \text{ m/s}$  تزریق شده و سرعت آن‌ها در خروجی تقریباً به مقدار  $\text{m/s}$  می‌رسد. در شکل (۳-ب) خطوط سرعت ذرات را نشان می‌دهند. در این شکل‌ها مشخص است که بدون اعمال نیروی مغناطیسی و الکتریکی ذرات به صورت موازی و یکنواخت و در یک جهت حرکت کرده و از کانال خارج می‌شوند.



(الف) توزیع ذرات



(ب) خطوط جریان ذرات

شکل (۳): توزیع ذرات در کانال با میدان مغناطیسی  $B=0$  و میدان الکتریکی  $V=0$

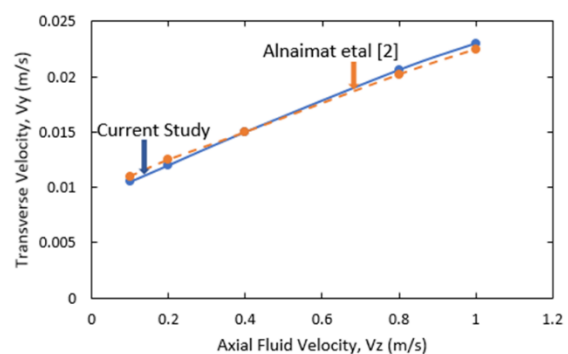
جدول (۳): درصد جذب ذرات در میدان در میدان الکتریکی  $V=1$  و میدان مغناطیسی‌های متفاوت

Reynolds Number	Magnetic Field (Tesla)	Electric Voltage (Volt)	Particle Diameter (nm)	Particle Absorption (%)
۱۰	۰	۱	۱۰۰۰	۰
	۰,۱			۶۳,۳
	۰,۵			۶۵
	۱			۷۱,۱
	۲			۷۹,۶

## اعتبارسنجی

با مقایسه مطالعه حاضر با پژوهش انجام شده توسط در سال ۲۰۱۶ النعیمت و همکاران تحقیقی برای یک کانال تحت میدان مغناطیسی و الکتریکی ارائه دادند که برای اعتبارسنجی از این مقاله استفاده شده است (النعیمت، ۲۰۱۶). در شکل (۲) با نمودار سرعت محوری سیال در جهت Z نسبت به سرعت عرضی با تحقیق مذکور مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روند تغییرات سرعت عرضی با افزایش سرعت سیال دارای منحنی‌های تقریباً یکسانی است. تغییرات ایجاد شده در این نمودارها می‌تواند ناشی از نوع مدلسازی و همچنین افزایش میزان تعداد سلول (کاهش شدید اندازه سلول‌ها و همچنین کاهش شدید قطر سلول نزدیکی دیواره) باشد.

لازم به ذکر است که هندسه این کانال به صورت متقارن در مقاله مرجع، شبیه‌سازی شده است. هرچند وجود جاذبه در جهت Z سبب ایجاد خطا در تقارن می‌گردد. لذا تحقیق حاضر تمام هندسه به طور کامل در نظر گرفته شده است.

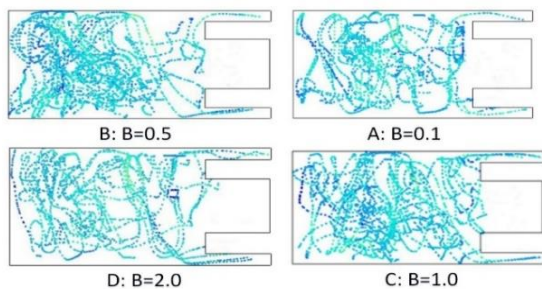


شکل (۲): نمودار اعتبارسنجی کار النعیمت و همکاران با این تحقیق

## بحث و بررسی نتایج

### تأثیر میدان مغناطیسی بر جذب ذرات

در این بخش تأثیر میدان مغناطیسی در جذب ذرات بررسی می‌شود. سرعت سیال و ذرات در ورود نیز ثابت و برابر با  $1 \text{ m/s}$  در نظر گرفته شده‌اند. قطر ذرات ثابت و برابر با  $1 \text{ }\mu\text{m}$  میکرومتر می‌باشند. ذرات به صورت دائمی همراه با آب با عدد رینولدز ۱۰ وارد جذب می‌گردند. همچنین میدان



شکل (۵): مسیر حرکت ذرات با اعمال میدان مغناطیسی متفاوت در شرایط  $V=1\text{Volt}$  و  $dp=1000\text{nm}$  در صفحه  $y-z$

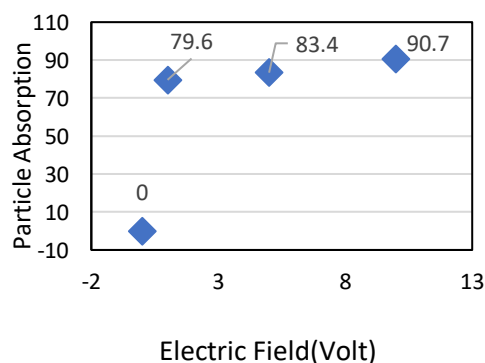
### تأثیر میدان الکتریکی بر جذب ذرات

در بخش قبلی میدان مغناطیسی بر دو دیواره کانال با وجود میدان الکتریکی ثابت وارد شده و درصد جذب ذرات به دست آمد در این بخش میدان الکتریکی به صورت متغیر بر دو سمت دیگر دیواره‌ها وارد می‌شود درحالی‌که میدان مغناطیسی با یک مقدار ثابت و برابر با ۲ تسلا وارد می‌شود؛ و سرعت سیال و ذرات در یک مقدار ثابت برابر با  $0.1\text{m/s}$  و قطر ۱ میکرومتر نگه‌داشته می‌شوند تا تأثیر میدان الکتریکی هم‌زمان با میدان مغناطیسی سنجیده شود. افزایش جذب ذرات با افزایش میدان الکتریکی در جدول (۴) نشان داده شده است.

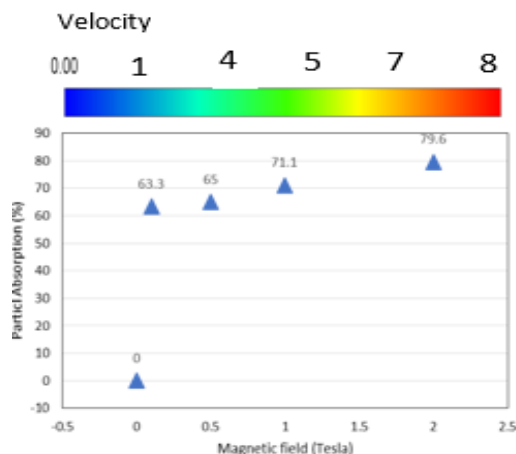
جدول (۴): درصد جذب ذرات در میدان در میدان مغناطیسی

#### $B=2$ و میدان الکتریکی‌های متفاوت

Reynolds Number	Magnetic Field (T)	Electric Voltage (v)	Particle Diameter (nm)	Absorption (%)
۱۰	۲	۰	۱۰۰۰	۰
		۱		۷۹٫۶
		۵		۸۳٫۴
		۱۰		۹۰٫۷



وجود میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی بر روی حرکت و جذب ذرات تأثیر گذاشته و باعث آشفتگی در جریان می‌گردد. در شکل (۴) درصد افزایش جذب ذرات با افزایش میدان مغناطیسی برای درک بهتر با نمودار نشان داده شده است.



شکل (۴): نمودار درصد جذب ذرات با افزایش میدان

#### مغناطیسی در $V=1\text{Volt}$

در شکل (۵) مسیر حرکت نانو ذرات در داخل کانال تحت میدان مغناطیسی‌های متفاوت در صفحه  $y-z$  قابل‌رؤیت است. در این اشکال مسیر حرکت نانو ذرات دیده می‌شود. مشاهده می‌شود پس از آشفتگی‌های زیاد، ذرات در امتداد کانال به سمت دیواره‌های بالا و پایین جذب شده و نهایتاً بیشتر خطوط جریان ذرات به سمت خروجی‌های بالا و پایین می‌رود؛ و از این نواحی خارج می‌شود. همان‌طور که مشاهده می‌گردد با شروع اعمال میدان مغناطیسی در مقادیر کم، تعداد کمی از خطوط جذب دیواره‌ها شده و از مقاطع بالا و پایین تخلیه می‌گردد. با افزایش میدان مغناطیسی تعداد خطوط ذراتی که به سمت دیواره‌ها جذب شده و نهایتاً از مقاطع بالا و پایین تخلیه می‌گردند افزایش می‌یابد. در این اشکال محور اعداد سرعت را برحسب  $\text{m/s}$  نشان می‌دهد. از اعداد داخل شمارگر مشخص است که با افزایش میدان مغناطیسی سرعت ذرات نیز افزایش می‌یابد. ماکزیمم سرعت در میدان مغناطیسی ۲ تسلا حدود ۸۸ و در میدان مغناطیسی  $0.1$  برابر با ۶۸ متر بر ثانیه است.

شکل (۶): نمودار درصد جذب ذرات با افزایش میدان الکتریکی

در  $B=2\text{Tesla}$

شکل (۶) بردار سرعت حرکت ذرات را برای چهار ولتاژ متفاوت نشان می‌دهد. این تحلیل برای سرعت سیال و ذرات برابر با  $1\text{ m/s}$  با رینولدز ثابت و قطر ذرات ۱ میکرومتر انجام شده است. با شروع اعمال میدان مغناطیسی و الکتریکی به دلیل افزایش تأثیر نیروهای مغناطیسی و نسبت به نیروهای بین مولکولی یون‌های مثبت و منفی آزاد شده و در نتیجه حرکت چرخشی و آشفته ذرات تحت میدان تشکیل می‌گردد. در این اشکال با افزایش شدت میدان مغناطیسی تعداد یون‌های بیشتری آزاد شده که این یون‌ها به سمت قطب‌های با بار مخالف جذب می‌گردند. در واقع به علت وجود نیروهای مغناطیسی و الکتریکی ذرات قبل از رسیدن به خروجی به دیواره‌ها نزدیک می‌شوند. همان‌طور که نشان داده شده است با افزایش میدان الکتریکی خطوط جریان ذرات به ناحیه خروجی آب شیرین وارد نشده و بیشترین جذب ذرات و تصفیه آب اتفاق می‌افتد. مقدار غلظت ذرات با اعمال میدان مغناطیسی متفاوت نمودار شکل (۷) میزان جدایش ذرات در خروجی در شرایط اعمال میدان مغناطیسی  $0.2\text{ Tesla}$  و ولتاژهای متفاوت در بازه میدان‌های الکتریکی  $0.2$  تا  $2$  ولت را نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود با افزایش مقدار ولتاژ، میزان جدایش به‌طور محسوس افزایش یافته است. این روند در میزان غلظت ذرات در خروجی قابل مشاهده است. همچنین مشاهده می‌شود در کمترین میزان ولتاژ، مقدار غلظت ذرات، کاملاً وابسته به حرکت سیال در کانال بوده است، ولی با کمی ناهنجاری در قسمت مرکزی کانال مواجه شده است. همان‌طور که در شمارگرهای  $B$  و  $C$  دیده می‌شود، مسیر حرکت و غلظت ذرات به سمت خروجی‌ها هدایت شده است که نشان‌دهنده جدایش کامل در این مقطع است. در شکل  $D$  شمارگر سرعت سیال نشان داده شده است همان‌طور که انتظار می‌رود، میدان مغناطیسی برای سیال تأثیر محسوس نداشت؛ که این امر به‌وضوح در شکل  $D$  مشاهده می‌شود. نکته قابل ذکر این‌که به دلیل تجمع ذرات در جداکننده‌ها دبی بیشتری از سیال در خروجی مرکزی کانال مشاهده می‌شود. بطوریکه در شکل (۸) مشاهده می‌شود با کاهش میدان مغناطیسی از  $0.2\text{ Tesla}$  به

$0.2$  تسلا، شاهد کاهش محسوس در میزان جدایش ذرات شده‌ایم. این میزان در کمترین مقدار ولتاژ یعنی  $0.2$  ولت تقریباً اثر جدایش از بین رفته است و ذرات کاملاً از رفتار سیال پیروی می‌کنند.

### تأثیر تغییر قطر ذرات بر میزان جذب آن‌ها

در این بخش میزان جذب ذرات با افزایش قطر آن‌ها در یک عدد رینولدز ثابت ۱۰ مورد بررسی قرار می‌گیرد. ذرات با پنج قطر ۱۰۰۰، ۵۰۰، ۱۰۰، ۵۰ و ۱۰ نانومتر از ورودی تزریق می‌شوند. میزان جذب ذرات در میدان مغناطیسی و الکتریکی ثابت با قطرهای مختلف با یکدیگر مقایسه شده است. در جدول ۶ نتایج حاصل مشاهده می‌گردد.

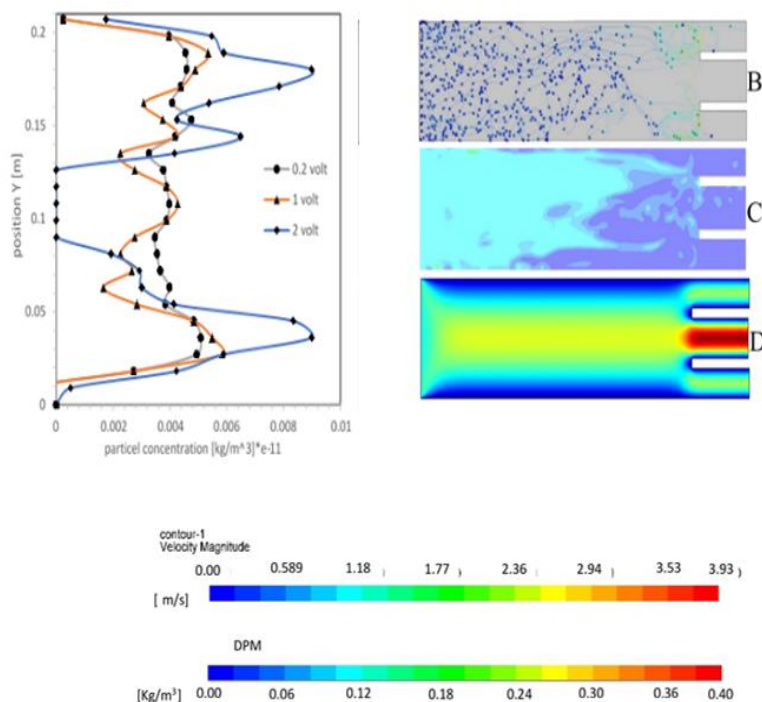
جدول (۶): میزان جذب ذرات در میدان‌های مغناطیسی مختلف

و قطرهای متفاوت ذرات با  $Re=10$

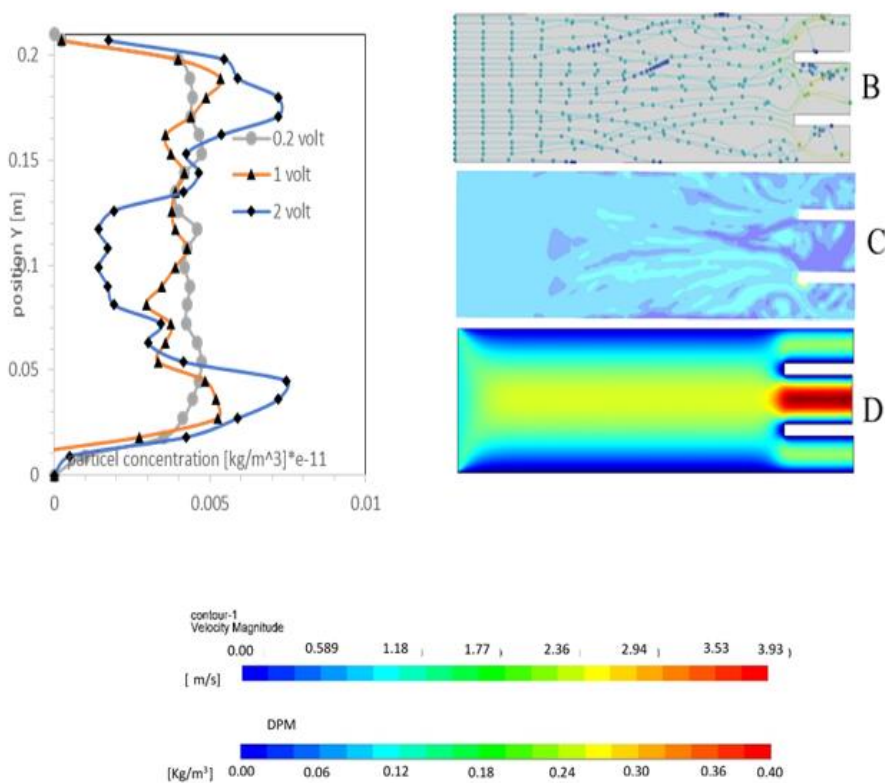
Magnetic Field (T)	Electric Voltage (v)	Particle Diameter (nm)	Absorption (%)
0.1	1	1000	63.3
		500	59.8
		100	50.2
		50	47.2
		10	45.8
1	1	1000	71.7
		500	68
		100	62.9
		50	59.9
		10	58.5
1	10	1000	90.7
		500	87.1
		100	82.5
		50	78.1
		10	76.7

از نتایج جدول بالا می‌توان دریافت که با افزایش قطر ذرات درصد جذب آن‌ها نیز افزایش می‌یابد گرچه تأثیر این افزایش به‌اندازه تأثیر افزایش میدان مغناطیسی بر جذب ذرات نیست. در نمودارهای اشکال ۹ و ۱۰ نیز مقایسه جذب این ذرات در میدان مغناطیسی و الکتریکی متفاوت آورده شده است. مشخص است که با افزایش قطر و افزایش میدان مغناطیسی و الکتریکی درصد جذب ذرات افزایش قابل توجهی می‌یابد و به حدود  $90\%$  می‌رسد. مشاهده گردید در ذرات کوچک‌تر

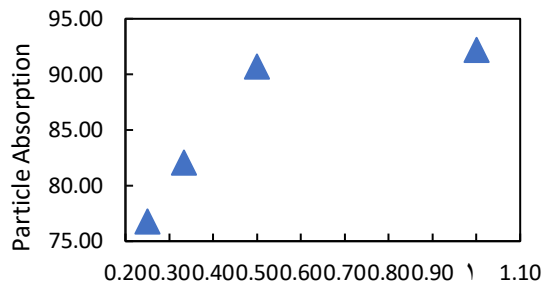
از ۱۰۰ nm به علت حضور نیروهای بین مولکولی ذرات و الکترومغناطیس حدود ۵ درصد به طور ناگهانی کاهش مولکول‌های آب، راندمان جذب ذرات با روش می‌یابد.



شکل (۷): A- میزان جدایش ذرات در خروجی در  $B=0.2$  tesla، B- مسیر حرکت ذرات C- مقدار غلظت ذرات D- شمارگر سرعت



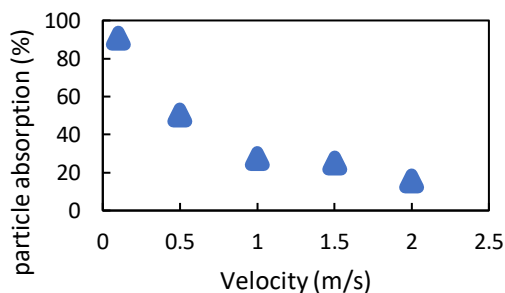
شکل (۸): A- میزان جدایش ذرات در خروجی در  $B=0.02$  tesla، B- مسیر حرکت ذرات C- مقدار غلظت ذرات D- شمارگر سرعت



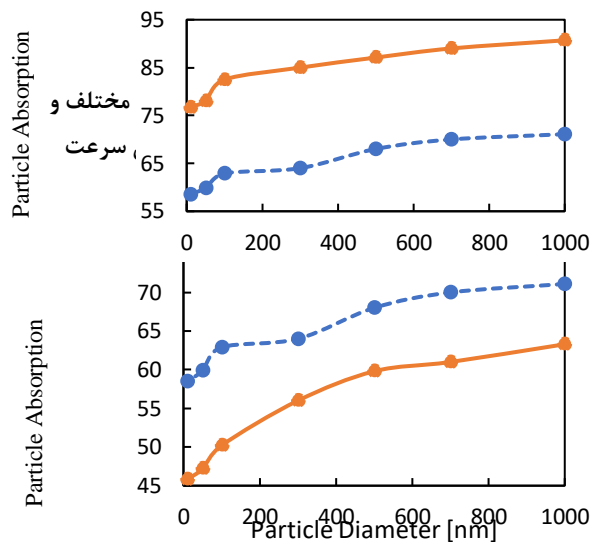
شکل (۱۱): درصد جذب ذرات در نسبت‌های ابعادی مختلف،  
 $dp=1\mu m, Vp=V_f=0.1 \text{ m/s}, B=2T, V=10v$

### تأثیر سرعت سیال ورودی

در تمام تحلیل‌های قبلی سرعت ورودی سیال ثابت و برابر با  $1 \text{ m/s}$  و رینولدز  $10$  انجام شده‌اند. حال هدف این است که تأثیر سرعت ورودی سیال بر روی جذب ذرات سنجیده شود. در شکل (۱۲) مشاهده می‌شود که تحلیل برای پنج سرعت ورودی متفاوت سیال انجام شده است این نتایج در یک میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی ثابت برابر به ترتیب برابر با  $2$  تسلا و  $10$  ولت و قطر ثابت ذرات برابر  $1$  میکرومتر به‌دست آمده‌اند. با توجه به نمودار شکل (۱۲) مشاهده می‌گردد هر چه سرعت ورودی سیال بیشتر شود درصد جذب ذرات کاهش می‌یابد. درواقع با کاهش سرعت سیال میدان فرصت بیشتری برای جذب ذرات در دیواره‌ها دارد. با افزایش سرعت به  $2$  متر بر ثانیه مشاهده می‌گردد که تقریباً اکثر ذرات حدود  $15\%$  از خروجی خارج شده و جذب دیواره‌ها نمی‌گردند.



شکل (۱۲): درصد جذب ذرات با افزایش سرعت ذرات



شکل (۱۰): درصد جذب ذرات در میدان‌های مغناطیسی مختلف و قطرهای متفاوت ذرات،  $V_p=V_f=0.1 \text{ m/s}, V=1v$

### تأثیر تغییر هندسه جاذب بر درصد جذب ذرات ( $\mu m$ )

در این بخش تغییر نسبت ابعادی جاذب مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. مقاطع خروجی جاذب شامل یک خروجی میانی آب تصفیه‌شده و دو خروجی بالا و پایین، جهت تخلیه کنستانت‌تره<sup>۱</sup> ذرات نمک است. در این بخش ابعاد کانال را تغییر داده و درصد جذب ذرات در شرایط یکسان بررسی می‌شوند. بدین‌صورت که نسبت ابعادی  $a/b$  به‌صورت کل ارتفاع کانال جاذب نسبت به عرض کانال در نظر گرفته می‌شود.

در این بخش تأثیر نسبت ابعادی را برای بهترین حالت که در آن نیروی مغناطیسی و الکتریکی و قطر ذرات بهینه‌ترین حالت را دارند برای بررسی نسبت ابعادی انتخاب می‌شوند؛ که قطر ذرات  $1000 \text{ nm}$  و مقدار میدان مغناطیسی و الکتریکی به ترتیب  $1$  تسلا و  $10$  ولت در نظر گرفته شده‌اند. نتایج برای چهار نسبت ابعادی مختلف  $a/b = 1, 1/2, 1/3, 1/4$  مورد بررسی قرار گرفتند و نتایج در شکل (۱۱) آورده شدند. در شکل مشخص است که با کاهش نسبت ابعادی مقدار جذب ذرات نیز کمتر می‌شود.

## نتیجه‌گیری

با قطرهای مختلف با یکدیگر مقایسه شدند. از نتایج مشخص شد که با افزایش قطر ذرات درصد جذب آن‌ها نیز افزایش می‌یابد گرچه تأثیر این افزایش به اندازه تأثیر افزایش میدان مغناطیسی بر جذب ذرات نیست.

- تغییر نسبت ابعادی مورد بررسی قرار گرفت به این صورت که قطر ذرات  $1000 \text{ nm}$  و مقدار میدان مغناطیسی و الکتریکی به ترتیب ۱ تسلا و ۱۰ ولت در نظر گرفته شده‌اند. نتایج برای ۳ نسبت ابعادی مختلف  $a/b = 1/2$ ،  $a/b = 1/3$  و  $a/b = 1/4$  مورد بررسی قرار گرفتند و مشخص شد که با کاهش نسبت ابعادی مقدار جذب ذرات نیز کمتر می‌شود.

- تأثیر سرعت ورودی سیال بر روی جذب ذرات سنجیده شود. تحلیل برای ۵ سرعت ورودی متفاوت سیال انجام شده است این نتایج در یک میدان مغناطیسی و میدان الکتریکی ثابت برابر به ترتیب برابر با ۲ تسلا و ۱۰ ولت و قطر ثابت ذرات برابر ۱ میکرومتر به دست آمده‌اند. هر چه سرعت ورودی سیال بیشتر می‌شود درصد جذب ذرات کاهش می‌یابد. در واقع با کاهش سرعت سیال میدان فرصت بیشتری برای جذب ذرات در دیواره‌ها دارد. با افزایش سرعت به ۲ متر بر ثانیه مشاهده می‌گردد که تقریباً اکثر ذرات حدود ۱۵٪ از خروجی خارج شده و جذب دیواره‌ها نمی‌گردند.

## منابع

- ۱- خبازی خادر، ح. ۱۳۹۲ بررسی فنی و اقتصادی استفاده ترکیبی از دستگاه ECR با دستگاه ROBW
2. Alnaimat, F. Alhseinat, E. Banat, F. & Mittal, (2016). Electromagnetic-mechanical desalination: Mathematical modeling. *Desalination*, 380, 75-84.
3. S. Alexander Stern Richard D. Noble, "Membrane Separation Technology Principles and Applications". ELSEVIER, 2003.
- 4- Nichols, T. O. (2012). U.S. Patent No. 8,110,175. Washington, DC: U.S. Patent and Trademark Office.
5. Mohammadi, T. & Kaviani, A. (2003). Water shortage and seawater desalination by electro dialysis. *Desalination*, 158(1-3), 267-270.

- در نگاه بهینه‌سازی، استفاده از روشی که با مصرف انرژی پایین‌تر و با کمترین تولید پساب شور، توانایی شیرین سازی آب را داشته باشد؛ مورد توجه است. تجارب مختلف نشان داده است که می‌توان آب را با روش‌های گوناگون به نحوی شیرین نمود که با حداقل تولید پساب شور کمترین انرژی را مصرف کند. الکترو دیالیز یکی از روش‌های جداسازی ذرات باردار است که در آن آب شور تحت تأثیر ولتاژ جریان مستقیم به عنوان نیروی محرکه فرآیند، قرار می‌گیرد. در این تحقیق در سیستم نمک زدا علاوه بر اعمال جریان الکتریسیته، جریان آب شور تحت تأثیر میدان مغناطیسی نیز قرار می‌گیرد. بنابراین ذرات باردار به طور هم‌زمان تحت تأثیر نیروهای هیدرودینامیکی، مغناطیسی و الکتریسیته قرار گرفته و با مدل عددی شبیه‌سازی شده و حرکت ذرات در شرایط فوق، پارامترهای جداسازی ذرات باردار و همچنین راندمان جداسازی مورد بررسی قرار گرفته است. در واقع نکته قابل ذکر به عنوان نوآوری در این تحقیق اعمال نیروهای مغناطیسی بر مسیر حرکت ذرات باردار و حامل بار الکتریکی است. و نشان داده شد با اعمال هم‌زمان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی راندمان جداسازی به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد.

- درصد جذب ذرات در میدان‌های مغناطیسی مختلف مورد بررسی قرار گرفت است و مشاهده شد که افزایش جذب ذرات با افزایش میدان مغناطیسی اتفاق می‌افتد.

- میدان الکتریکی به صورت متغیر بر دو سمت دیگر دیواره‌ها وارد شده در حالی که میدان مغناطیسی با یک مقدار ثابت و برابر با ۲ تسلا وارد شده و سرعت سیال و ذرات در یک مقدار ثابت برابر با  $0.1 \text{ m/s}$  و قطر ۱ میکرومتر نگه داشته شدند. افزایش جذب ذرات با افزایش میدان الکتریکی به دست آمد.

- میزان جذب ذرات با افزایش قطر آن‌ها در یک عدد رینولدز ثابت ۱۰ مورد بررسی قرار گرفت ذرات با سه قطر ۱۰۰۰ نانومتر، ۱۰ نانومتر و ۱۰۰ نانومتر از ورودی تزریق شده میزان جذب ذرات در میدان مغناطیسی و الکتریکی ثابت

17. Y. He, D.W.L. Zhang, "Flow and migration of nanoparticle in a single channel," *Heat Mass Transfer*, pp. 45:1061–1067, 2009.
18. J. W. Havercort, S. Kenjeres, C. R. Kleijn, "Computational Simulations of Magnetic Particle Capture in Arterial Flows", *Annals of Biomedical Engineering*, 10.1007/s10439-009-9786, 2009.
- 19- T.F. Kong, E H S, H.S. Sugiarto, H.F. Liew, X. Wang, W.S. Lew, N.T. Nguyen, Y. Chen, An efficient microfluidic sorter: implementation of double meandering micro striplines for magnetic particles switching, *Microfluid. Nanofluid.* 10 (2011) 1069–1078.
6. Furlani, E. P. Sahoo, Y. Ng, K. C. Wortman, J. C. & Monk, T. E. (2007). A model for predicting magnetic particle capture in a microfluidic bioseparator. *Biomedical Microdevices*, 9(4), 451-463.
7. Zarzo, D. & Prats, D. (2018). Desalination and energy consumption. What can we expect in the near future? *Desalination*, 427, 1-9.
8. Bandyopadhyay, S. and G. C. Layek. "Study of magnetohydrodynamic pulsatile flow in a constricted channel." *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 17.6 (2012): 2434-2446.
- 9- JWisniewski A.rozomska "Institute of Environment Protection Engineering Wrocław University of Technology 50-370" Wrocław, Poland
10. Xua, b, c, Marissa Capitoa,c, Tzahi Y. Catha, CaMSF "Selective removal of arsenic and monovalentions from brackish water reverse osmosis concentrate" 2013.
11. Loukopoulos, V. C. and E. E. Tzirtzilakis. "Biomagnetic channel flow in spatially varying magnetic field." *International Journal of Engineering Science* 42.5-6 (2004): 571-590.
12. Lehmann, U. Hadjidj, S. Parashar, V. K. Vandevyver, C. Rida, A. & Gijs, M. A. (2006). Two-dimensional magnetic manipulation of microdroplets on a chip as a platform for bioanalytical applications. *Sensors and Actuators B: Chemical*, 117(2), 457-463.
13. Morsi, S. A. J. & Alexander, A. J. (1972). An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems. *Journal of Fluid mechanics*, 55(2), 193-208.
14. Mohammadi, T. Moheb, A. Sadrzadeh, M. & Razmi, A. (2004). Separation of copper ions by electro dialysis using Taguchi experimental design. *Desalination*, 169(1), 21-31.
15. E.E. Tzirtzilakis, V.D. Sakalis, N.G. Kafoussias, and P.M. Hatzikonstantinou, "Biomagnetic fluid flow in a 3D rectangular duct," *Int. J. Numer. Methods Fluids*, pp. 44- 1279, 2004.
16. T.R. Troutt, J.N. Chung, C.T. Crowe, "Numerical models for two-phase turbulent flows," *Annu Rev FluidMech*, pp. 28, 11–43, 1996.

نشریه علمی سد و نیروگاه برق آبی  
سال هفتم / شماره بیست و هفتم / زمستان ۹۹

**Journal of Dam and Hydroelectric PowerPlant**  
**7th Year / No. 27 / March 2021**

علمی-پژوهشی

تاریخ پذیرش مقاله: ۹۸/۹ / ۵

تاریخ دریافت مقاله: ۹۸ / ۶ / ۲