

اثر تغییر در پروفیل پره و هندسه محفظه جریان یک پمپ رژنراتیو بر منحنی‌های عملکرد

جعفر نژادرجبعلی بیشه^{۱*}

علیرضا ریاسی^۲

سید احمد نوربخش^۳

چکیده

پمپ رژنراتیو، یک پمپ دینامیکی است که قابلیت تولید هدهای بالا در دبی‌های پایین را دارد. در این تحقیق، عملکرد یک پمپ رژنراتیو، با تغییر شکل پره‌های شعاعی و تبدیل آن به پره‌های باکت‌مانند و نیز تغییر در هندسه محفظه جریان، به منظور افزایش بازده به کمک شبیه‌سازی عددی جریان سیال با استفاده از نرم‌افزار سی اف ایکس، مورد مطالعه قرار گرفته است. در مطالعه عددی صورت گرفته، جریان سیال به صورت پایا بوده و از تکنیک روتور بی حرکت استفاده شده است. برای مدل‌سازی جریان آشفته از مدل $k-\epsilon$ تحقق‌پذیر که برای جریان‌های پیچشی و گردابی بسیار مناسب است، استفاده شده است. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داد که بهترین زاویه پره برای دستیابی به راندمان بیشینه، در حدود زاویه ۴۰ درجه می‌باشد. منحنی‌های عملکرد پمپ جدید طراحی شده، با استفاده از شبیه‌سازی عددی جریان سیال استخراج و با منحنی‌های عملکرد پمپ رژنراتیو با پره‌های شعاعی حاصل از نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهد که بازده پمپ رژنراتیو با پره‌های باکت‌مانند به همراه محفظه جریان با هسته مرکزی، نسبت به پمپ با پره‌های شعاعی بهبود یافته است. همچنین ملاحظه می‌شود که با کاهش ضریب دبی، ضمن افزایش میزان چرخش سیال در پمپ، هد پمپ نیز افزایش می‌یابد. استفاده از هسته مرکزی در محفظه جریان سبب کاهش میزان آشفتگی سیال در حین چرخش شده و در نتیجه از میزان تلفات ناشی از آشفتگی جریان کاسته می‌شود.

واژه‌های کلیدی

پمپ رژنراتیو، شبیه‌سازی عددی، پره‌های شعاعی، پره‌های باکت‌مانند، مدل $k-\epsilon$ تحقق‌پذیر

۱. دانشجوی دکترا، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، j.nejad@ut.ac.ir

۲. استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

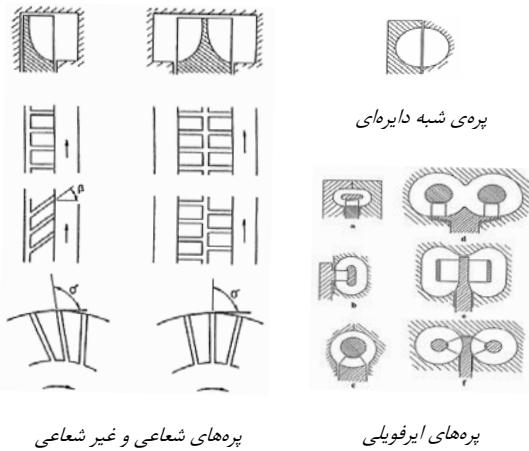
۳. استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۰۴/۰۸

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۴/۰۶/۱۶

مقدمه

پره‌های چرخ یک پمپ رژنراتیو می‌توانند شکل‌های مختلفی داشته باشند. بعضی از پرکاربردترین پره‌ها عبارتند از: پره‌های شعاعی^۸، غیر شعاعی^۹، شبه‌دایره‌ای^{۱۰} و ایرفویلی^{۱۱}. برخی از نمونه‌ی این پره‌ها در شکل (۱) نشان داده شده است.



شکل (۱): شکل‌های مختلف پره برای پمپ‌های رژنراتیو (انگدا^{۱۲}، ۲۰۰۵)

با وجود تمام برتری‌های ذکر شده، پمپ‌های رژنراتیو به‌طور ذاتی و ساختاری دارای یک نقطه ضعف هستند و آن داشتن بازده هیدرولیکی پایین (بین ۳۰٪ تا ۵۰٪) است. علت این امر را باید در الگوی پیچیده‌ی جریان سیال در این پمپ‌ها جستجو کرد.

ایده‌ی پمپ رژنراتیو برای اولین بار در سال ۱۹۱۵ و ۱۹۱۷ توسط آدولف واله^{۱۳} مطرح شد. اولین نمونه‌ی این پمپ در سال ۱۹۱۸ توسط شرکت وسترن پمپ^{۱۴} در آیوا^{۱۵} با الگوبرداری از ایده‌ی آقای واله ساخته شد.

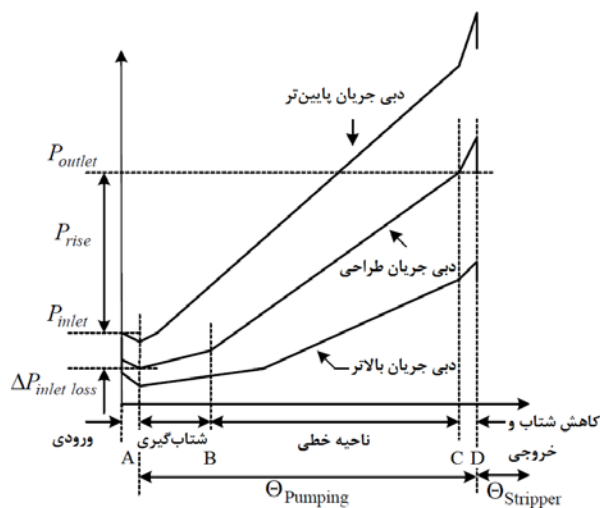
معمولاً این پمپ‌ها شامل چرخ یا پروانه^{۱۶}، دهانه‌ی ورودی^{۱۷}، دهانه-ی خروجی^{۱۸}، دیوار حائل^{۱۹} که بین قسمت کم‌فشار ورودی و پرفشار خروجی قرار می‌گیرد، کانال جریان^{۲۰}، محفظه^{۲۱} و نیز یک هسته مرکزی برای پمپ‌های با پره‌های باکت‌مانند، هستند. در شکل (۲) اجزای یک توربوماشین با پره‌های باکت‌مانند نشان داده شده است.

پمپ‌های رژنراتیو^۱ همانند پمپ‌های سانتریفیوژ، در گروه پمپ‌های دینامیکی قرار می‌گیرند، یعنی انتقال انرژی از آن‌ها به سیال به طور دائم انجام می‌شود. مشخصه دیگر این پمپ‌ها قابلیت تولید هدهای بالا در دبی‌های پایین است. علاوه بر این دو مشخصه‌ی هیدرولیکی، پمپ رژنراتیو توانایی کار کردن در ارتفاع‌های خالص مکش مثبت (NPSH) خیلی کم را نیز دارد؛ بنابراین پمپ‌های رژنراتیو می‌توانند در سرعت‌های مخصوص پایین، انتخاب مناسب‌تری نسبت به دیگر انواع پمپ‌های سانتریفیوژ در بسیاری از کاربردها باشند. البته پمپ‌های رژنراتیو برتری‌های دیگری نیز نسبت به پمپ‌های سانتریفیوژ دارند که می‌توان به دارا بودن منحنی مشخصه‌ی پایدار، ارزان و کم حجم بودن آن‌ها اشاره کرد. پمپ‌های رژنراتیو دارای نام‌های متفاوتی می‌باشند. دیگر نام‌های پمپ رژنراتیو که در نشریات علمی به آن‌ها استناد می‌شود، عبارتند از: پمپ محیطی^۲، پمپ توربینی^۳، پمپ اصطکاکی^۴، پمپ مماسی^۵ و پمپ کانال جانبی^۶ (کوئیل^۷، ۲۰۱۰). برخی از ویژگی‌های پمپ‌های رژنراتیو، همچون رابطه مستقیم توان با هد و نیز شیب منفی منحنی هد بر حسب دبی در همه‌ی دبی‌های جریان، باعث می‌شود تا این پمپ‌ها از نظر عملکرد بسیار شبیه به پمپ‌های جابجایی مثبت باشند. با این تفاوت که انرژی جنبشی، به طور پیوسته توسط پره‌ها به سیال عبوری از چرخ منتقل می‌شود. از آنجا که این پمپ‌ها معایب پمپ‌های جابه‌جایی مثبت (به‌خصوص مشکلات روغن کاری و خوردگی) را ندارند، جایگاه خاصی در صنعت پیدا کرده‌اند. امروزه از این ماشین‌ها در سوخت‌رسانی صنایع اتومبیل‌سازی و هوافضا، تأمین آب ساختمان‌ها، صنایع کشاورزی، کشتیرانی، معدن، شیمیایی و همچنین صنایع غذایی استفاده می‌شود.

¹² Engeda
¹³ Adolph Wahle
¹⁴ Western Pump Company
¹⁵ Iowa
¹⁶ Impeller
¹⁷ Inlet Port
¹⁸ Outlet Port
¹⁹ Stripper
²⁰ Flow Passage
²¹ Casing

¹ Regenerative Pumps
² Peripheral Pump
³ Turbine Pump
⁴ Friction Pump
⁵ Tangential Pump
⁶ Side Channel Pump
⁷ Quail
⁸ Radial Blades
⁹ Non-Radial Blades
¹⁰ Semi-Circular Blades
¹¹ Airfoil Blades

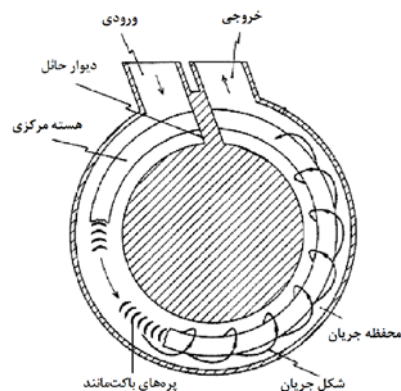
و فشار در این قسمت بسیار وابسته به منطقه‌ی ورودی است. منطقه-ی خطی (B-C): همان‌طور که مشاهده می‌شود، گرادیان فشار در این منطقه ثابت است، یعنی افزایش فشار به صورت خطی اتفاق می‌افتد. در این قسمت نیز روی سیال کار انجام می‌شود اما بر خلاف قسمت قبل، جریان سیال در این منطقه کاملاً توسعه یافته است. منطقه‌ی کاهش شتاب (C-D): در این منطقه، سیال دچار کاهش شتاب می‌شود و در واقع انرژی جنبشی سیال در حال گردش، تبدیل به فشار می‌شود که نتیجه‌ی آن یک افزایش فشار کوچک در این قسمت می‌باشد. منطقه‌ی خروجی (D): همان‌طور که در قسمت ورودی، سیال دچار افت فشار شد، در هنگام خروج نیز دچار مقداری افت می‌شود (راحیل^۱، ۲۰۰۲).



شکل (۳): منحنی رایج تغییرات فشار مماسی در توربوماشین‌های رژنراتیو

هرچند توربوماشین‌های رژنراتیو کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارند، ولی تعداد مقالات در این زمینه نسبت به توربوماشین‌های سانتریفیوژ و محوری کم است. تحلیل‌های متعددی به صورت تجربی و تئوری برای پیش‌بینی عملکرد توربوماشین‌های رژنراتیو صورت گرفته است. یکی از روش‌های پیش‌بینی عملکرد توربوماشین‌های رژنراتیو استفاده از روش‌های عددی جهت شبیه‌سازی جریان سیال در این توربوماشین‌ها است. در سال‌های اخیر دینامیک سیالات محاسباتی^۲ (CFD) به‌طور گسترده برای تحلیل جریان سیال در توربوماشین‌های مختلف استفاده شده است. البته تعداد مقالاتی که

پمپ‌های رژنراتیو از یک پروانه چرخان آزاد، همچون سایر انواع توربو پمپ‌ها استفاده می‌کنند. پروانه می‌تواند در یک طرف و یا در هر دو سمت پیرامون خود دارای پره باشد. این پره‌ها به همراه کانال حلقوی یک سری جریان مارپیچی را ایجاد می‌کنند که به صورت مکرر از بین پره‌ها عبور می‌کنند و به انرژی آن‌ها افزوده می‌شود. قسمت‌های ورودی و خروجی سیستم لوله‌های خارجی را به کانال جریان متصل می‌کنند. سیال از طریق قسمت ورودی وارد کانال جریان می‌شود. این قسمت طوری ساخته شده است که بتواند یک جریان مارپیچی را در کانال حلقوی ایجاد کند. سیال با فشار زیاد از قسمت تخلیه خارج می‌شود. فضای باز محفظه برای جدا کردن قسمت ورودی با فشار پایین از خروجی با فشار بالا مسدود می‌شود. به این قسمت استریپر گفته می‌شود. فقط سیالی که بین پره‌ها قرار دارد می‌تواند از استریپر عبور کند. سعی می‌شود تا فضای بین استریپر و پروانه در حد کمینه باشد تا از نشتی بین قسمت پر فشار و کم فشار جلوگیری شود. استریپر، سیال را مجبور می‌کند تا از قسمت تخلیه خارج شود؛ همچنین سبب استقرار و نگهداری الگوی جریان تکرار شونده می‌شود.



شکل (۴): اجزای اصلی توربوماشین رژنراتیو با پره‌های باکت‌مانند

در شکل (۳) منحنی رایج تغییر فشار محیطی در توربوماشین‌های رژنراتیو نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این منحنی پمپ رژنراتیو را به پنج ناحیه تقسیم می‌کند. منطقه‌ی ورودی (A): جریان سیال به دلیل ورود به پمپ، مقداری دچار افت فشار می‌شود. منطقه شتاب‌گیری (A-B): در این منطقه سیال وارد قسمتی می‌شود که توسط پمپ کار روی آن انجام می‌شود. سرعت

¹ Raheel

² Computational Fluid Dynamic

همان‌طور که گفته شد یکی از معایب پمپ‌های رژنراتیو داشتن بازده هیدرولیکی پایین است؛ بنابراین یکی از مهم‌ترین موضوعات در بررسی این نوع پمپ‌ها، افزایش کارایی آن‌ها است. در سال ۱۹۷۷، سیکس اسمیت و آلتمن^۹ با استفاده از پره‌های ایرفویلی و اضافه کردن یک هسته درون محفظه جریان، موفق شدند که بازده یک کمپرسور رژنراتیو را افزایش دهند. بر اساس این ایده، هدف از این تحقیق، مطالعه عملکرد پمپ‌های رژنراتیو با تغییر در شکل هندسی پره‌ها و استفاده از پره‌های باکت‌مانند (پره‌های ایرفویلی با زوایای ورودی و خروجی یکسان) به جای پره‌های شعاعی و نیز تغییر در محفظه جریان سیال، به منظور افزایش بازده است. به این منظور از شبیه‌سازی عددی جریان سیال برای تحلیل عملکرد پمپ جدید و نیز یافتن زاویه بهینه پره‌های ایرفویلی در پمپ، استفاده شده است. منحنی‌های عملکرد پمپ طراحی شده با پره‌های باکت‌مانند، با نتایج تجربی پمپ رژنراتیو با پره‌های شعاعی مقایسه شده‌اند. نتایج نشان داد که کارایی پمپ رژنراتیو با تغییر در پروفیل پره و استفاده از پره‌های باکت‌مانند بهبود یافته‌است.

هندسه پمپ رژنراتیو با پره‌های شعاعی

در شکل (۴) هندسه پمپ رایج رژنراتیو با پره‌های شعاعی نشان داده شده است. مشخصات هندسی پروانه پمپ در جدول (۱) آورده شده است.



شکل (۴): هندسه پروانه پمپ رژنراتیو با پره‌های شعاعی

در زمینه روش عددی برای مطالعه جریان در توربوماشین‌های رژنراتیو وجود دارند، بسیار کم است. عبدا...^۱ در سال ۱۹۸۱ سعی کرد تا با استفاده از CFD جریان در یک کمپرسور رژنراتیو را مورد بررسی قرار دهد. در این تحلیل به دلیل آنکه ردیف پره‌ها در نظر گرفته نشده بودند تاثیر تلفات در نظر گرفته نشدند و نیز شرایط مرزی به صورت دقیق اختصاص پیدا نکردند.

میخیل^۲ و همکاران در سال ۲۰۰۳ به صورت عددی جریان گردشی درون یک پمپ رژنراتیو با پره‌های شعاعی را بررسی کردند و مشاهده کردند جریان علاوه بر نوک پره، از لبه‌ی آن نیز خارج می‌شود. آن‌ها برای کار خود از نرم‌افزار CFX استفاده کردند. راحیل در سال ۲۰۰۳ تلاش کرد جزئیات جریان سیال در یک کمپرسور رژنراتیو با پره‌های ایرفویلی را نشان دهد. او از نرم‌افزار STAR CD استفاده کرد و با نتایج حل عددی‌اش، دهانه‌ی ورودی ماشین را بهبود بخشید. در نهایت نیز یافته‌هایش را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کرد. هیونگ کانگ^۳ و هیون ریو^۴ در سال ۲۰۰۹ به بررسی تأثیر عدد رینولدز در منحنی‌های مشخصه یک پمپ رژنراتیو کوچک پرداختند. آن‌ها مشاهده کردند که با افزایش عدد رینولدز، هد پمپ افزایش می‌یابد.

در سال ۲۰۰۹ فرانسیس کوئیل^۵ و همکاران با استفاده از یک کد تجاری، جریان سیال در یک پمپ رژنراتیو را مورد بررسی قرار داده و نتایج شبیه‌سازی را با نتایج آزمایشگاهی مقایسه کردند. آن‌ها همچنین از یک روش جدید ساخت استفاده کردند تا تأثیر تغییر هندسه پروانه بر بازده پمپ را مورد بررسی قرار دهند. آن‌ها همچنین در سال ۲۰۱۱ یک مدل عددی یک‌بعدی برای پیش‌بینی عملکرد پمپ‌های رژنراتیو ارائه کردند که برخلاف مدل‌های قبلی، نیازی به ضریب تصحیح تجربی نداشت.

کوئیل در سال ۲۰۱۲ یک پمپ رژنراتیو با دهانه‌های ورودی و خروجی محوری را با فلونت مدل کرد و منحنی‌های مشخصه پمپ را استخراج کرد که البته به دلیل استفاده از شبکه‌ی نامنظم^۶ در چرخ، نتایج کمی خطا داشتند. او به عنوان پیشنهاد کارهای آینده، استفاده از شبکه‌ی منظم^۷ و متحرک^۸ را پیشنهاد داد.

⁶ Unstructured Mesh
⁷ Structured Mesh
⁸ Sliding Mesh
⁹ Sixsmith & Altmann

¹ Abdalla
² Meakhail
³ Hyoung Kang
⁴ Hyun Ryo
⁵ Quail

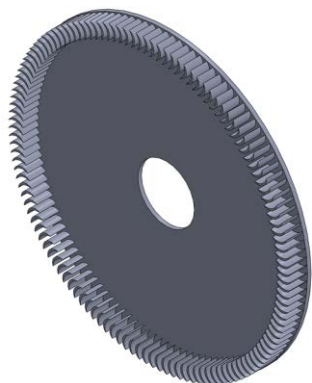
جدول (۱): مشخصات پروانه پمپ با پره‌های شعاعی

مقدار	پارامتر
۴۲	قطر داخلی (میلی‌متر)
۹	ارتفاع پره، h (میلی‌متر)
۶۰	قطر خارجی (میلی‌متر)
۳۶	تعداد پره‌ها
۲۹۰۰	سرعت دورانی، (دور بر دقیقه)

مقدار	پارامتر
۶	وتر پره، C (میلی‌متر)
۱۳	شعاع خارجی محفظه، R_1 (میلی‌متر)
۶	شعاع هسته مرکزی، r_2 (میلی‌متر)
۷	r_3 (میلی‌متر)
۱۲۹	تعداد پره‌ها
۱۲۰	قطر خارجی پروانه (میلی‌متر)
۱۴۵۰	سرعت دورانی، (دور بر دقیقه)

هندسه پمپ رزرناتیو با پره‌های باکت‌مانند

در شکل (۵) قسمت‌های مختلف پمپ رزرناتیو طراحی شده با پره‌های باکت‌مانند نشان داده شده‌است. در شکل (۶)، پروفیل پره با زوایای ورودی و خروجی یکسان، به همراه مقطع عرضی کانال جریان قابل مشاهده است. اندازه پارامترهای هندسی پمپ طراحی شده در جدول (۲) آورده شده است.



شکل (۷): هندسه سه‌بعدی پروانه پمپ با پره‌های باکت‌مانند

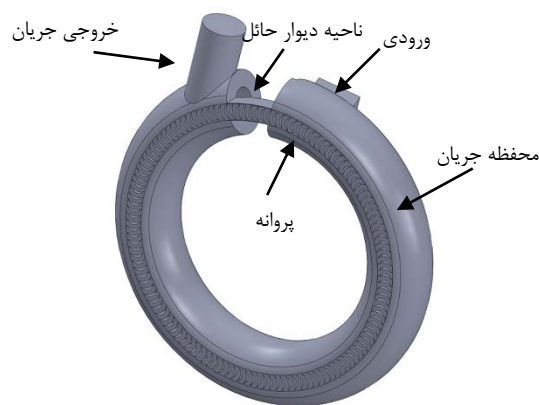
با توجه به برقرار بودن روابط تشابهی در پمپ‌های رزرناتیو، قطر پروانه جدید با پره‌های باکت‌مانند نسبت به پروانه با پره‌های شعاعی، جهت سهولت ساخت، دو برابر شده است. ضمن آنکه با نصف کردن سرعت دورانی، از افزایش فشار ناشی از افزایش قطر پروانه جلوگیری شده است. از روابط تشابه زیر برای این منظور استفاده شده‌است.

$$\frac{H_M}{H_P} = \left(\frac{N_M}{N_P}\right)^2 \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^2 \quad (1)$$

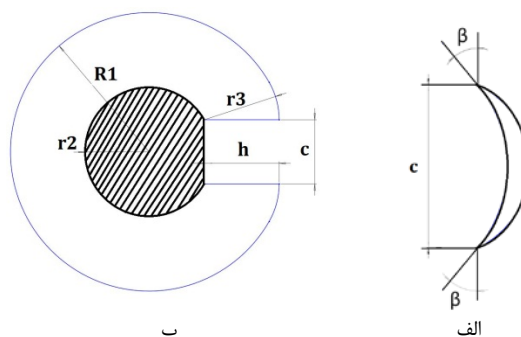
$$\frac{Q_M}{Q_P} = \left(\frac{N_M}{N_P}\right) \left(\frac{D_M}{D_P}\right)^3 \quad (2)$$

شبیه‌سازی عددی جریان سیال در پمپ

یکی از روش‌های رایج و کم‌هزینه برای پیش‌بینی عملکرد توربوماشین‌ها، استفاده از دینامیک سیالات محاسباتی می‌باشد. در این پروژه، عملکرد یک پمپ رزرناتیو، با تغییر شکل پره‌های شعاعی و تبدیل آن به پره‌های باکت‌مانند (شکل ۷) به کمک شبیه‌سازی عددی جریان سیال، مورد مطالعه قرار گرفته است.



شکل (۵): مدل سه بعدی هندسه جریان پمپ رزرناتیو

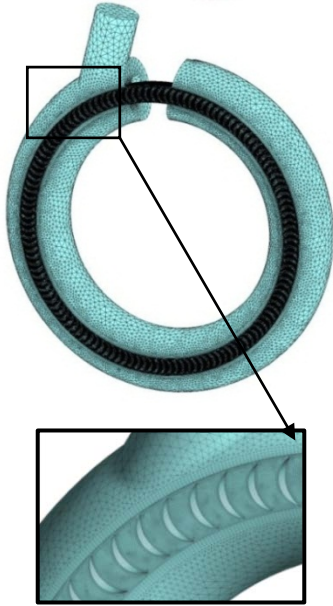


شکل (۶): پروفیل پره، (ب) مقطع کانال جریان

جدول (۲): پارامترهای پمپ با پره‌های باکت‌مانند

مقدار	پارامتر
۴۰	زاویه ورودی و خروجی، β (درجه)
۷	ارتفاع پره، h (میلی‌متر)

تولید شبکه محاسباتی



شکل (۸): شبکه‌بندی فضای محاسباتی

شبکه محاسباتی مناسب، یکی از مسایل اساسی در حل صحیح عددی مسائل جریان سیالات است. طبیعتاً برای استفاده صحیح از منابع محاسباتی لازم است با در نظر گرفتن محدودیت‌های سخت-افزاری ظرفیت رایانه مورد استفاده، شبکه محاسباتی تا حد امکان کوچک‌تر انتخاب گردد. در مدل‌سازی آشفتگی (روش $k-\varepsilon$)، اندازه سلول‌ها باید به صورتی باشد که سلول‌های نزدیک دیواره در لایه بافر ($5 < y^+ < 30$) قرار نگیرند. برای توابع دیواره، مرکز هریک از سلول‌های نزدیک دیواره باید در ناحیه قانون لگاریتمی قرار گیرند ($30 < y^+ < 300$). از آنجایی که در روش تابع دیواره استاندارد نیازی به شبکه‌بندی لایه بافر نیست، تعداد سلول‌ها در لایه مرزی به صورت قابل ملاحظه‌ای کاهش خواهد یافت؛ بنابراین ضمن جلوگیری از انبساط بیش از اندازه سلول‌ها در راستای عمود بر دیواره، با توجه به شدت گرادیان‌های سرعت و فشار در نواحی مختلف، سعی شده است تا حداقل ۵ سلول در لایه مرزی قرار گیرد. فضای محاسباتی شامل دو قسمت محفظه و پروانه است که هر یک به طور مجزا شبکه‌بندی شده‌اند. برای ایجاد شبکه محاسباتی پروانه، از آنجایی که ایجاد شبکه به صورت یکپارچه، موجب عدم کنترل دقیق و نیز طولانی شدن زمان شبکه بندی می‌شود، سعی شده است که پروانه با توجه به تعداد پره‌ها (۱۲۹ تا)، به قسمت‌های مساوی تقسیم شده (۴۳ قسمت) و شبکه‌بندی فقط برای یک قسمت (۳ پره) انجام شود. در نهایت با چرخاندن این قسمت به تعداد مشخص (۴۳ تا)، هندسه کامل پروانه ایجاد شده است. برای ارتباط وجه مشترک بین ۴۳ قسمت، شرط سطح مشترک (Interface) به کار گرفته شده است. برای تولید شبکه از نرم‌افزار انسیس (Ansys mesh) و برای پره‌ها از روش جاروب (Sweep) استفاده شده است. در شکل (۸) فضای محاسباتی ارائه داده شده است.

روش عددی و تشریح مدل

از حل معادلات ناویر-استوکس میانگین رینولدز^۱ در شرایط کاری مختلف برای شبیه‌سازی سه‌بعدی جریان سیال استفاده شده است. اساسی‌ترین نکته برای به دست آوردن معادلات ناویر استوکس میانگین رینولدز از معادلات لحظه‌ای رینولدز، استفاده از تجزیه رینولدز، یعنی جداسازی متغیرهای جریان (همچون سرعت u) به دو مؤلفه‌ی متوسط زمانی و نوسانی سرعت است. فرم تانسوری معادلات ناویر-استوکس شامل معادله پیوستگی و مومنتوم برای سیال نیوتنی تراکم‌ناپذیر، به صورت متوسط زمانی است:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \overline{u'_j \frac{\partial u'_i}{\partial x_j}} = \bar{f}_i - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (4)$$

که f_i = نیروهای خارجی همچون گرانش و نیروهای مغناطیسی. با استفاده از معادله بقای جرم، با اندکی تغییرات معادله مومنتوم به صورت زیر در می‌آید.

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \rho \bar{f}_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[-\bar{p} \delta_{ij} + 2\mu \bar{\delta}_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (5)$$

که در آن $\bar{\delta}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right)$ نرخ متوسط تانسور کرنش. با حذف مؤلفه وابسته به زمان برای جریان پایا خواهیم داشت:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{kU^*}{\varepsilon}} \quad (10)$$

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \bar{\Omega}_{ij}\bar{\Omega}_{ij}}, \quad \bar{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}\omega_k$$

$$\Omega_{ij} = \bar{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}\omega_k$$

و در آن ثابت‌های مدل A_0 و A_s به صورت زیر هستند.

$$A_0 = 4.04, \quad A_s = \sqrt{6} \cos \phi$$

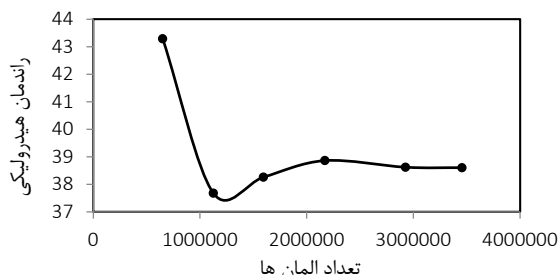
$$\phi = \frac{1}{3} \cos^{-1}(\sqrt{6}W), \quad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\bar{S}^3}, \quad \bar{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right)$$

ثابت‌های مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ تحقق‌پذیر به صورت زیر هستند.

$$C_{1\varepsilon} = 1.44, \quad C_2 = 1.9, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.2$$

در تحلیل مجموعه حاضر از نرم‌افزار سی اف ایکس (CFX) که از کوپل کامل بین معادلات ممنتوم و فشار برای حل بهره می‌برد، جهت شبیه‌سازی عددی جریان استفاده شده است؛ و برای گسسته‌سازی معادلات مومنوم، فشار، انرژی جنبشی آشفتگی و نرخ اتلاف آشفتگی، مدل بالادست مرتبه دوم^۵ به کار گرفته شده است. برای مطالعه عدم وابستگی به شبکه از چندین شبکه‌بندی استفاده شده است. در شکل (۹) تغییرات راندمان هیدرولیک بر حسب تعداد المان‌ها نشان داده شده است.



شکل (۹): راندمان هیدرولیکی بر حسب تعداد المان‌ها

نتایج نشان می‌دهد که با افزایش تعداد المان‌ها از 2.17×10^6 تا 2.9×10^6 تغییر در راندمان هیدرولیکی حدود ۰/۵ درصد است. همچنین با افزایش تعداد المان‌ها از 2.9×10^6 تا 3.45×10^6 تغییر در راندمان هیدرولیکی حدود ۰/۳۶ درصد خواهد بود. از آنجایی که افزایش در تعداد المان‌ها تغییر چندانی در راندمان هیدرولیکی به وجود نمی‌آورد، بنابراین نتایج حل عددی مستقل از اندازه شبکه هستند.

$$\rho \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} = \rho \bar{f}_i + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[-\bar{p} \delta_{ij} + 2\mu \bar{S}_{ij} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] \quad (6)$$

در مطالعه عددی سیال مورد استفاده، آب در دمای $25^\circ C$ است. برای شرایط مرزی، در قسمت ورودی پمپ از شرط مرزی فشار کل ثابت استفاده شده است. در حالی که برای خروجی محفظه، شرط دبی جرمی ثابت، منظور شده است. جریان سیال به صورت پایا^۱ بوده و از تکنیک روتور بی حرکت^۲ استفاده شده است. دامنه محاسباتی پروانه به صورت متحرک با سرعت دورانی مشخص ۱۴۵۰ دور بر دقیقه و سایر دامنه‌ها شامل ورودی، خروجی و محفظه به صورت ثابت در نظر گرفته شده‌اند. برای مدل‌سازی جریان آشفتگی از مدل $k-\varepsilon$ تحقق‌پذیر^۳ که برای جریان‌های برشی مختلط درگیر با کرنش ناگهانی، پیچش و گردابی و جریان‌های گذرای محلی بسیار مناسب است، استفاده شده است.

مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ تحقق‌پذیر از دو نظر با مدل استاندارد $k-\varepsilon$ متفاوت است. در مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ تحقق‌پذیر از یک رابطه جدید برای محاسبه لزجت آشفتگی استفاده می‌شود و نیز یک معادله انتقال اصلاح شده برای نرخ اتلاف^۴، به کار گرفته شده است. معادلات انتقال در این روش به صورت زیر هستند:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + P_k + P_b - \rho \varepsilon - Y_M + S_k \quad (7)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \varepsilon u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + \rho C_{1\varepsilon} S_\varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} P_b + S_\varepsilon \quad (8)$$

که در آن:

$$C_1 = \max \left[0.43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right], \quad \eta = S \frac{k}{\varepsilon}, \quad S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$$

مدل‌سازی لزجت آشفتگی:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9)$$

که در اینجا برخلاف مدل استاندارد $k-\varepsilon$ ، پارامتر C_μ عدد ثابت نیست و به وسیله رابطه زیر به دست می‌آید.

⁴ Dissipation rate

⁵ Upwind second order

¹ Steady state

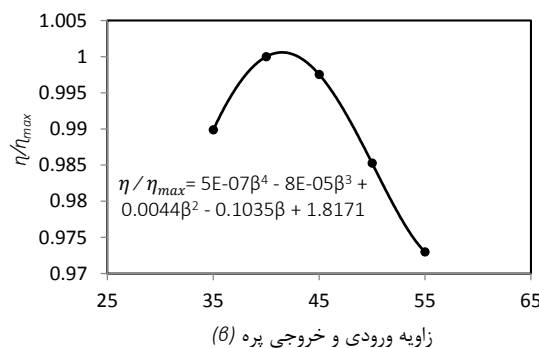
² Frozen rotor

³ realizable k-ε

نتایج

زاویه بهینه پره (β)

برای یافتن زاویه بهینه پره، عملکرد پمپ در پنج زاویه مختلف ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰ و ۵۵ درجه، به کمک شبیه‌سازی عددی مورد تحلیل قرار گرفته است. در شکل (۱۰) تغییر راندمان نرمال بر حسب زاویه پره برای ضریب دبی نقطه طراحی ارائه شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌شود، نقطه ماکزیمم چند جمله‌ای برازش شده در حدود زاویه ۴۰ درجه است.



شکل (۱۰): تغییر راندمان بر حسب زاویه پره در ضریب دبی طراحی

تحلیل عملکرد پمپ رژنراتیو

عملکرد پمپ رژنراتیو طراحی شده با پره‌های باکت‌مانند (شکل ۵) به کمک شبیه‌سازی عددی جریان سیال مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج آزمایشگاهی پمپ رژنراتیو با پره‌های شعاعی مقایسه شده‌اند. منحنی‌های عملکرد به کمک اعداد بی‌بعد ضریب هد و ضریب دبی که به صورت زیر تعریف می‌شوند، ارائه شده‌اند.

$$\psi = \frac{gH}{U_g^2} \quad (11)$$

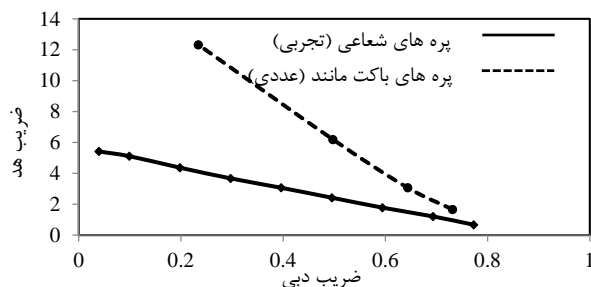
$$\phi = \frac{Q}{A_o U_g} \quad (12)$$

راندمان هیدرولیکی پمپ رژنراتیو به صورت نسبت بین توان هیدرولیکی منتقل شده به سیال و توان مکانیکی وارد شده به سیستم به وسیله پروانه تعریف می‌شود. ضریب توان به وسیله رابطه (۱۳) بیان می‌شود.

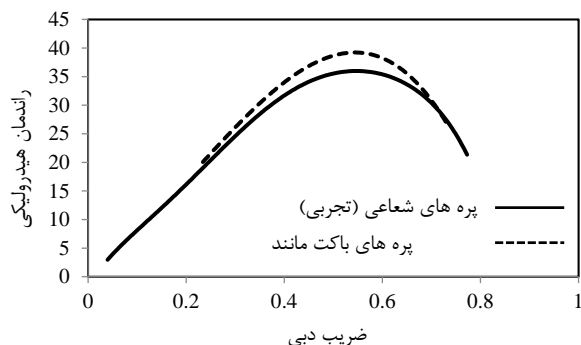
$$\tau = \frac{P}{\rho A_o U_g^3} \quad (13)$$

$$\eta = \frac{\rho Q g H}{P} = \frac{\phi \psi}{\tau} \quad (14)$$

مقایسه منحنی‌های عملکرد در شکل (۱۱) نشان می‌دهد که با تغییر پروفیل پره‌ها از حالت شعاعی (تحلیل تجربی: یزدان‌پناه، ۲۰۱۴) به شکل باکت، شیب منحنی ضریب هد بر حسب ضریب دبی افزایش قابل توجهی یافته است که می‌توان نتیجه گرفت که پروفیل باکت-مانند در دبی‌های پایین هد بسیار بیشتری نسبت به پره‌های شعاعی به دست می‌دهد. در شکل (۱۲) مقایسه منحنی‌های راندمان هیدرولیکی بر حسب ضریب دبی ارائه شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، راندمان هیدرولیکی پمپ در نقطه طراحی برای حالتی که از پره‌های باکت‌مانند استفاده شده است حدود ۴ درصد افزایش یافته است. هرچند میزان ضریب هد در طراحی جدید پره‌ها افزایش قابل توجهی دارد، ولی باید توجه داشت که میزان توان مصرفی نیز افزایش یافته است.

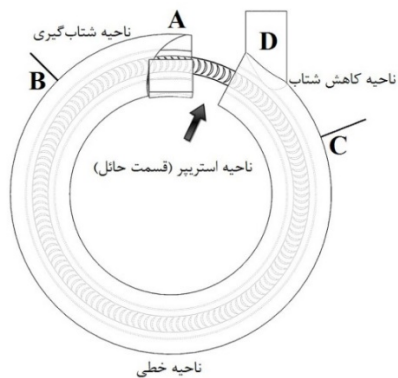


شکل (۱۱): منحنی ضریب هد بر حسب ضریب دبی



شکل (۱۲): منحنی راندمان هیدرولیکی بر حسب ضریب دبی

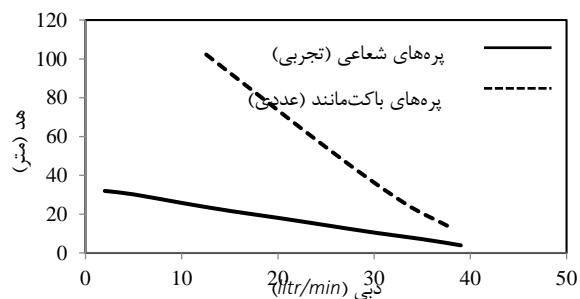
در صورتی که بخواهیم منحنی عملکرد دو پمپ را در حالت بعددار و در شرایطی که دارای قطر چرخ برابر و سرعت دورانی یکسان باشند با یکدیگر مقایسه کنیم، لازم است تا با استفاده از روابط تشابهی



شکل (۱۵): نواحی مختلف در پمپ رزنراتیو

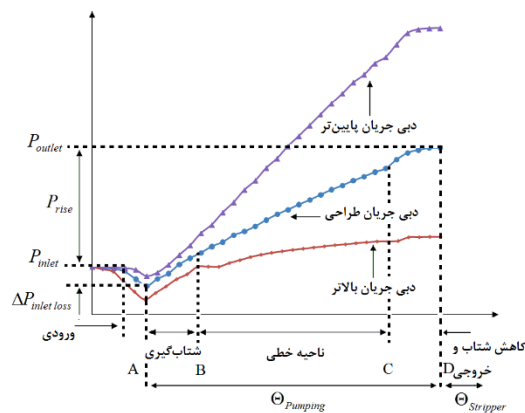
شکل (۱۶) خطوط جریان در ضرایب دبی مختلف را نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، با کاهش ضریب دبی تعداد چرخش سیال در پمپ افزایش یافته است. همچنین طول گام‌ها کاهش یافته و چرخش منظم‌تر شده است. با افزایش چرخش سیال میزان تبادل مومنتوم بین پره‌ها و سیال بیشتر شده و در نتیجه در دبی‌های پایین افزایش فشار بیشتر می‌شود. تغییرات فشار سیال بر روی یک خط جریان در نقطه طراحی و دو ضریب دبی $0.5 \phi_{opt}$ و $1.3 \phi_{opt}$ در شکل (۱۷) نشان داده شده است. تعداد نوسانات فشار در این منحنی‌ها نمایانگر تعداد چرخش سیال در پمپ است. ملاحظه می‌شود که با کاهش ضریب دبی، ضمن افزایش میزان چرخش سیال (شکل ۱۶) در پمپ، هد پمپ نیز افزایش می‌یابد. نقاط کمینه در منحنی‌های شکل (۱۷) مربوط به ورود و نقاط بیشینه مربوط به خروج از پره‌ها می‌باشد.

(روابط ۱ و ۲) مقادیر هد و دبی اصلاح شوند. در شکل (۱۳) منحنی هد بر حسب دبی برای دو پمپ، در سرعت دورانی ۲۹۰۰ دور بر دقیقه و قطر چرخ ۶۰ میلی‌متر نشان داده شده است.



شکل (۱۳): منحنی هد بر حسب دبی در سرعت دورانی ۲۹۰۰ دور بر دقیقه و قطر چرخ ۶۰ میلی‌متر

منحنی تغییر فشار محیطی در پمپ رزنراتیو با پره‌های باکت‌مانند، حاصل از نتایج شبیه‌سازی عددی در شکل (۱۴) قابل مشاهده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود این منحنی همانند منحنی رایج تغییر فشار محیطی پمپ‌های رزنراتیو (شکل (۳))، پمپ را به پنج ناحیه تقسیم می‌کند. این نواحی شامل ناحیه ورودی، ناحیه شتاب‌گیری، ناحیه خطی، ناحیه کاهش شتاب و ناحیه خروجی پمپ هستند که در شکل (۱۵) نشان داده شده‌اند. محدوده نواحی برای شرایط طراحی مشخص شده‌اند و همان‌گونه که در شکل (۱۴) ملاحظه می‌شود، این محدوده برای دبی‌های پایین‌تر و بالاتر تغییر می‌کند.

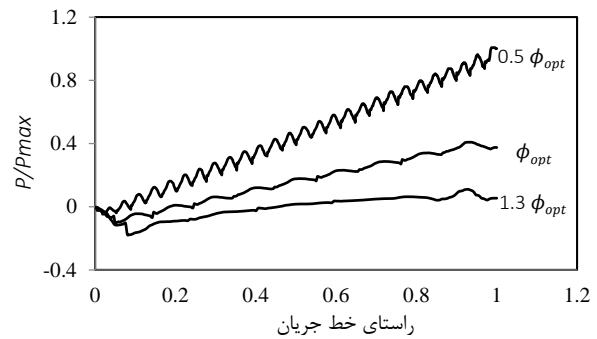


شکل (۱۴): تغییر فشار محیطی در پمپ رزنراتیو با پره‌های باکت‌مانند (تحلیل عددی)



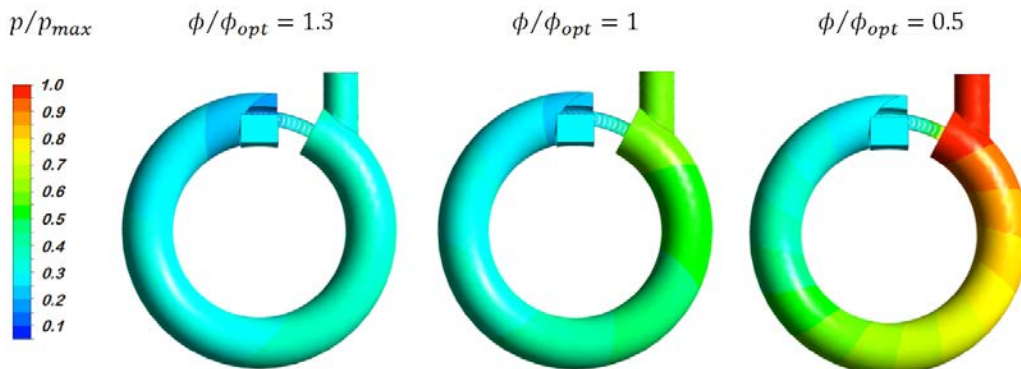
شکل (۱۶): خطوط جریان در ضرایب دبی $\phi/\phi_{opt} = 1.3$ و $\phi/\phi_{opt} = 1$ ، $\phi/\phi_{opt} = 0.5$

در شکل (۱۹) تغییرات سرعت سیال در راستای یک خط جریان، برای سه ضریب دبی ϕ_{opt} ، $0.5 \phi_{opt}$ و $1.3 \phi_{opt}$ نشان داده شده است. منحنی‌ها نشان می‌دهند که در ضریب دبی $1.3 \phi_{opt}$ ، سرعت سیال ضمن نوسانات با دامنه زیاد، در حال کاهش است. علت آن نامنظم شدن گام‌های چرخش سیال در پمپ و نیز افزایش طول گام است. اما در ϕ_{opt} و نیز ضریب دبی $0.5 \phi_{opt}$ ، نوسانات سرعت منظم شده و نیز از دامنه نوسان کاسته شده است. در شکل (۱۶) چگونگی چرخش سیال در سه ضریب دبی نشان داده شده است. کمینه و بیشینه سرعت در منحنی‌های شکل (۱۹) به ترتیب مربوط به ورود و خروج از پره‌ها هستند. در واقع سرعت سیال به دلیل تلفات ناشی از چرخش و نیز اصطکاک در محفظه، کاهش می‌یابد و از ورود تا خروج از پره‌ها، به تدریج افزایش می‌یابد. منظور از سرعت در شکل (۱۹)، سرعت مطلق سیال است.



شکل (۱۷): تغییرات فشار در راستای خط جریان

کانتورهای توزیع فشار در پمپ رژنراتیو در شکل (۱۷) برای سه ضریب دبی ϕ_{opt} ، $0.5 \phi_{opt}$ و $1.3 \phi_{opt}$ ارائه شده است. همان‌طور که ذکر شد در دبی‌های پایین به دلیل افزایش تعداد چرخش سیال در پمپ، افزایش فشار بیشتر خواهد بود و به تدریج با افزایش دبی جریان، از میزان هد پمپ کاسته می‌شود.



شکل (۱۸): کانتور فشار (p/p_{max}) در ضرایب دبی $\phi/\phi_{opt} = 1.3$ و $\phi/\phi_{opt} = 1$ ، $\phi/\phi_{opt} = 0.5$

برای مدل‌سازی جریان آشفته از مدل $k-\varepsilon$ تحقق‌پذیر استفاده شده است. این مدل برای جریان‌های پیچشی و گردابی و جریان‌های گذرای محلی بسیار مناسب است.

برای یافتن زاویه بهینه پره، عملکرد پمپ در چند زاویه مختلف به کمک شبیه‌سازی عددی مورد تحلیل قرار گرفت و با برازش منحنی مشخص شد که بیشترین راندمان در حدود زاویه ورودی و خروجی ۴۰ درجه، رخ می‌دهد.

نتایج شبیه‌سازی عددی جریان سیال در پمپ رزوناتیو با پره‌های باکت‌مانند نشان داد که به تدریج با افزایش دبی جریان، الگوی خطوط جریان در پمپ نامنظم و میزان گام پیچش افزایش می‌یابد. با افزایش مقدار گام، سیال دفعات کمتری وارد پره‌ها شده و در نتیجه میزان افزایش هد، کاهش خواهد یافت؛ بنابراین با افزایش دبی جریان میزان هد در پمپ‌های رزوناتیو کاهش می‌یابد.

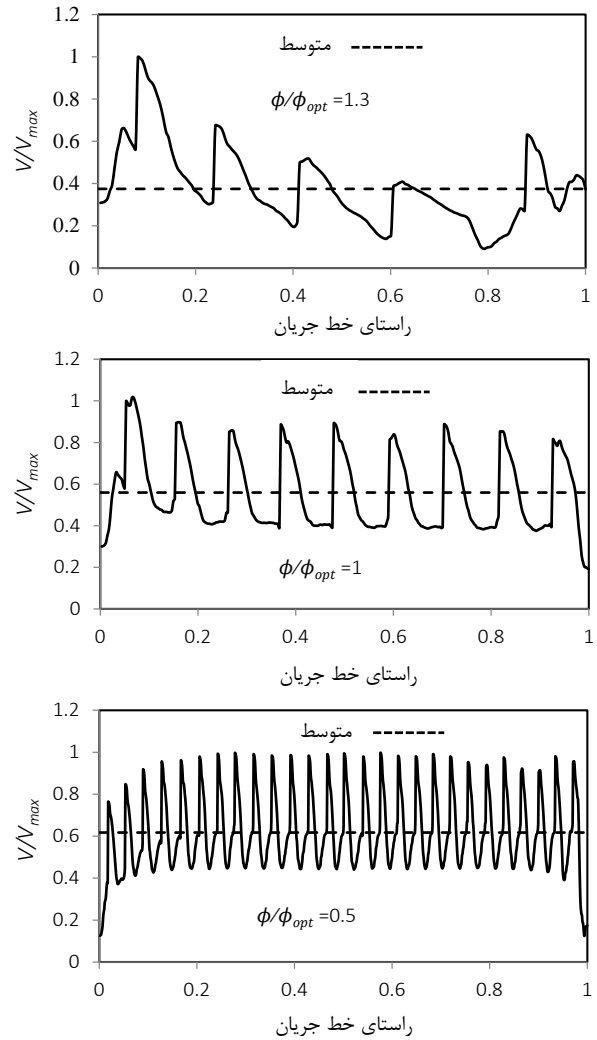
نتایج حاصل از تحقیق نشان داد که کارایی پمپ رزوناتیو با پره‌های باکت‌مانند به همراه محفظه جریان با هسته مرکزی، نسبت به پمپ با پره‌های شعاعی بهبود یافته است. استفاده از هسته مرکزی سبب می‌شود تا از میزان آشفتگی سیال در حین چرخش کاسته شده و در نتیجه از میزان تلفات ناشی از آشفتگی جریان کاسته می‌شود. همچنین هسته به عنوان شroud از ایجاد گردابه در قسمت نوک پره‌ها جلوگیری می‌کند. پره‌های ایرفویلی یا ایرودینامیکی مومنتوم را با کمترین توربولانس و اصطکاک نسبت به پره‌های شعاعی به سیال منتقل می‌کنند.

فهرست علائم

A_0	سطح مقطع محفظه (m^2)
C_2	ضریب در مدل آشفتگی $k-\varepsilon$ تحقق‌پذیر
C	وتر پره (mm)
f_i	نیروهای خارجی به صورت برداری (N)
g	شتاب گرانش (ms^{-2})
H	هد پمپ (m)
h	ارتفاع پره (mm)
k	انرژی جنبشی آشفتگی (m^2s^{-2})

نتیجه‌گیری

در این تحقیق عملکرد پمپ‌های رزوناتیو مورد مطالعه قرار گرفته است. با تغییر در پروفیل پره‌های شعاعی و تبدیل آن به پره‌های باکت‌مانند با زوایای ورودی و خروجی یکسان و نیز تغییر هندسه محفظه جریان و استفاده از یک هسته مرکزی داخل آن، سعی شده است تا بازدهی پمپ رزوناتیو افزایش یابد. منحنی‌های عملکرد پمپ جدید طراحی شده، با استفاده از شبیه‌سازی عددی جریان سیال استخراج و با منحنی‌های عملکرد پمپ رزوناتیو با پره‌های شعاعی حاصل از نتایج آزمایشگاهی مقایسه شده‌اند.



شکل (۱۹): تغییرات سرعت در راستای خطوط جریان

مراجع

1-Engeda, A. (2005). "Development of a complete aerodynamic analysis and design tool for a regenerative flow compressor." *Brog Warner, MSU Research Project*.

2- Engeda, A. and Raheel, M. (2003). "Theory and design of the regenerative flow compressor." *Proceedings of International Gas Turbine Congress*.

3-Mowrey, C. C. (1987). "High Head – Low Flow Centrifugal Pumps." *ASLE Annual Meeting, Colorado*, pp. 155-161.

4-Choi, C. W., Yoo, S. I., Park, R. M. and Chung, K. M. (2013). "Experimental study on the effect of blade angle on regenerative pump performanc." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*. 227(5), 585-592.

5-Crewdson, E. (1956). "Water-ring self-priming pumps." *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*. 170 (13), 407-415.

6-Quail, F., Scanlon, T. H. and Baumgartner, A. (2012). "Design study of a regenerative pump using one-dimensional and three-dimensional techniques." *European Journal of Mechanics B/Fluids*. 31(January-February), 181-187.

7-Quail, F., Scanlon, T. H. and Stickland, M. (2011). "Design optimisation of a regenerative pump using numerical and experimental techniques." *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*. 21(1), 95-111.

8-Quail, F., Scanlon, T. H. and Stickland, M. (2010). "Development of a regenerative pump impeller using rapid manufacturing techniques." *Rapid Prototyping Journal*. 16(5), 337-344.

9-Quail, F., Stickland, M. and Scanlon, T. H. (2010). "Numerical and Experimental Design of a Regenerative Pump." *Current Themes in Engineering Science. American Institute of Physics*. pp. 165-180. ISBN: 978-0-7354-0766-4

10- Quail, F., Stickland, M. and Baumgartner, M. (2011). "A One Dimensional Numerical Model for the Momentum Exchange in Regenerative Pumps."

P	توان پمپ ($\text{kgm}^2\text{s}^{-2}$)
P_k	نرخ تشکیل انرژی جنبشی آشفته (m^2s^{-3})
P_b	نرخ تشکیل انرژی جنبشی آشفته شناوری (m^2s^{-3})
p	فشار (Pa)
Q	دبیحجمی جریان (m^3s^{-1})
$R1$	شعاع خارجی محفظه (mm)
$r2$	شعاع هسته مرکزی (mm)
S_{ij}	تانسور نرخ کرنش
U_g	سرعت مماسی (ms^{-1})
u_i	سرعت لحظه‌ای به صورت تانسوری (ms^{-1})[u, v, w]
\bar{u}_i	سرعت متوسط به صورت تانسوری (ms^{-1})[$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$]
u'_i	سرعت نوسانی به صورت تانسوری (ms^{-1})[u', v', w']
V	سرعت (ms^{-1})
x_i	مختصات کارتزین به صورت تانسوری (m) [X, Y, Z]
y^+	تابع دیواره لایه مرزی
Y_M	اثر تراکم‌پذیری بر آشفته‌گی در مدل $k-\epsilon$ علائم یونانی
β	زاویه پره (deg)
$C_{1\epsilon}$	ضریب در مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ تحقق‌پذیر
ϵ	نرخ پخش (m^2s^{-3})
σ_ϵ	ضریب در مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ تحقق‌پذیر
σ_k	ضریب در مدل آشفته‌گی $k-\epsilon$ تحقق‌پذیر
η	راندمان هیدرولیکی
ρ	چگالی (kgm^{-3})
Φ	ضریب دبی
Ψ	ضریب هد
τ	ضریب توان
ν	لزجت سینماتیکی ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)
μ	لزجت دینامیکی ($\text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$)
C_μ	ضریب متغیر لزجت آشفته‌گی
Ω_{ij}	تانسور ترم چرخش (rads^{-1})
	بالانویس‌ها
'	ترم نوسانی
-	ترم متوسط
	زیرنویس‌ها
Max	حداکثر
Opt	بهترین (نقطه طراحی)
t	مربوط به جریان آشفته
M	مدل
p	نمونه اصلی

- 20- Muller, S. (2004). "Consider regenerative pumps for low flow/low NPSH applications." *Hydrocarbon Process.* 83(8), 55-57.
- 21- Shih, T. H., Liou, W. W., Shabbir, A., Yang, Z. and Zhu, J. (1995). "A New k- ϵ Eddy Viscosity Model for High Reynolds Number Turbulent Flows-Model Development and Validation." *Computers Fluids.* 24(3), 227-238.
- 22- Meakhail, T., Seung, O. P., Lee, D. A. and Mikhail, S. (2003). "A study of circulating flow in regenerative pump." *Proceedings of the KSAS 1st International Session, Gyeongju.* pp. 19-26.
- 11- Abdalla, H. M. M. (1981). "A Theoretical and Experimental Investigation of the Regenerative Pump with Airfoil Blades." PhD thesis, Applied Mechanics Branch, Royal Military College of Science.
- 12- Sixsmith, H. and Altmann, H. "A regenerative compressor." *Journal of Engineering for Industry.* 99(3), 637-647.
- 13- Yoo, I. S., Park, M. R. and Chung, M. K. (2005). "Improved momentum exchange theory for incompressible regenerative turbomachines." *Journal of Power and Energy.* 219, 567-581.
- 14- Song, J. W., Raheel, M. and Engeda, A. (2003). "A compressible flow theory for regenerative compressors with aerofoil blades." *proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science.* 217(11), 1241-1257.
- 15- Raheel, M. and Engeda, A. (2002). "Current status, design and performance trends for the regenerative flow compressors and pumps." *ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition.* 99-110.
- 16- Raheel, M. and Engeda, A. (2005). "Systematic design approach for radial blade regenerative turbomachines." *Journal of Propulsion and Power,* 21(5), 884-892.
- 17- Yazdanpanah, M., Riasi, A., Nagizadeh, K. and Nourbakhsh, A. (2014). "Numerical analysis of regenerative pump and comparing characteristic curves with experimental results." *5th conference on rotating equipment in oil and power.* (In Persian)
- 18- Hyoung Kang, S. H. and Hyun Ryu, S. (2009). "Reynolds Number Effects on the Performance Characteristic of a small Regenerative Pump." *Journal of Fluid Engineering, ASME.* 131(6), 1-10.
- 19- Kang, S. H., Lim, H. S. and Ryu, S. H. (2004). "Performance evaluation of a regenerative pump of small size." *Proceedings of Computational Fluid Dynamics and Heat Transfer, ASME.* 2(A-B), 1171-1178.